Orgaan van de
Nederlandse Vereniging
van Wiskundeleraren

EUCLIDES

Vakblad voor de wiskundeleraar

jaargang 70
1994-1995 februari
5





Dirk Struik 100

Experimentele examens vbo/mavo 1994

Over profielen en het studiehuis

33e Nederlandse Wiskunde Olympiade

EUCLIDES

Euclides is het orgaan van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren. Het blad verschijnt 8 maal per cursusjaar.

Artikelen/mededelingen

Artikelen en mededelingen worden in drievoud ingewacht bij drs. M.C. van Hoorn, Noordersingel 12, 9901 BP Appingedam.
Voor meer informatie: zie ‘Richtlijnen voor auteurs’ op bladzijde 166.
De auteur van een geplaatst artikel ontvangt kosteloos 2 exemplaren van het nummer waarin het artikel is opgenomen.

Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren

Voorzitter
dr. J. van Lint, Spiekerbrink 25, 8034 RA Zwolle, tel. 038-539985.
Secretaris
R.J. Bloem, Kornoelje 37, 3831 WJ Leusden
Ledenadministratie
F.F.J. Gaillard, Jorisstraat 43, 4834 VC Breda, tel. 076-653218; fax 076-653218.
Giro: 143917 t.n.v. Ned. Ver. v. Wiskundeleraren te Amsterdam.
De contributie bedraagt *f* 65,00 per verenigingsjaar; voor studentleden en Belgische leden die ook lid zijn van de VVWL *f* 47,50; contributie zonder Euclides *f* 40,00.
Opgave van nieuwe leden aan de ledenadministratie.
Opzeggingen vóór 1 juli.

Abonnementen niet-leden

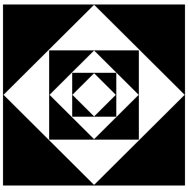
Abonnementsprijs voor niet-leden *f* 71,00. Een collectief abonnement (6 exemplaren of meer) kost per abonnement *f* 48,00. Opgave bij de ledenadministratie (adres: zie boven).
Abonnees wordt dringend verzocht te wachten met betalen tot zij een acceptgiro hebben ontvangen.
Abonnementen gelden telkens vanaf het eerstvolgend nummer.
Reeds verschenen nummers zijn op aanvraag leverbaar.
Annuleringen dienen vóór 1 juli te worden doorgegeven aan de ledenadministratie.
Losse nummers *f* 12,50.

Advertenties

Advertenties sturen naar:
C. Hoogsteder, Prins Mauritshof 4, 7061 WR Terborg; tel. 08350-24337 of naar:
L. Bozuwa, Merwekade 90, 3311 TH Dordrecht; tel. 078-145522.

Inhoud









In september 1994 werd professor Dirk Jan Struik 100 jaar. Reden voor het Landelijk Werkcontact Geschiedenis en Maatschappelijke Functie van de Wiskunde en de afdeling Wis- en Natuurkundige Wetenschappen van de KNAW om een symposium te organiseren over het leven en het werk van Dirk Struik, met als hoogtepunt de honderdjaarslezing van de jubilaris. Een impressie.

Dirk Struik 100

Harm Bakker



foto P. van Emde Boas

Wanneer iemand honderd jaar wordt, dan is dat voor de regionale pers doorgaans voldoende reden daar enige regels aan te wijden. Maar wat te doen als een zo bekend wetenschapper als D.J. Struik deze leeftijd bereikt. Dan is een artikeltje niet voldoende; zoiets vraagt een grootsere aanpak. Op 14 oktober werd daarom op het CWI te Amsterdam het symposium **Dirk Struik 100** gehouden.

Veel van de lezers zullen de naam Struik kennen. Zijn '*Geschiedenis van de Wiskunde*', een bewerkte vertaling van zijn boek '*A Concise History of Mathematics*', heeft voor velen de kennismaking met deze materie gevormd. Minder bekend is wellicht wat Struik in zijn jongere jaren aan de wiskunde heeft bijgedragen. In de voordracht van professor H.O. Singh Varma werd een overzicht gegeven van het werk van Struik op het gebied van de hoger dimensionale differentiaalmeetkunde, in het bijzonder de tensorrekening. Zijn grote verdienste op dit vakgebied werd geïllustreerd door het citeren van een aantal diepe stellingen.

In de zomer van 1993 zond de VPRO- televisie een aantal avondvullende interviews uit met vooraanstaande wetenschappers. Eén hiervan was met Dirk Struik. Tijdens de koffiepauze van het symposium was er de gelegendheid een videoband te bekijken met een bewerking van dit interview. De band werd ingeleid door Simon Rozendaal, een van de initiatiefnemers van het programma.

Een ieder die '*Geschiedenis van de Wiskunde*' heeft gelezen, zal hebben gezien dat in Struik's visie de wetenschap zich niet autonoom ontwikkelt, maar altijd in wisselwerking met maatschappelijke ontwikkelingen. Zijn maatschappelijke betrokkenheid bleek al vroeg. Professor G.

Harmsen schetste de rol die Struik heeft gespeeld in de communistische jeugdbeweging in de eerste decennia van de twintigste eeuw. Uiteindelijk heeft hij toch bewust gekozen voor een wetenschappelijke carrière boven een politieke.

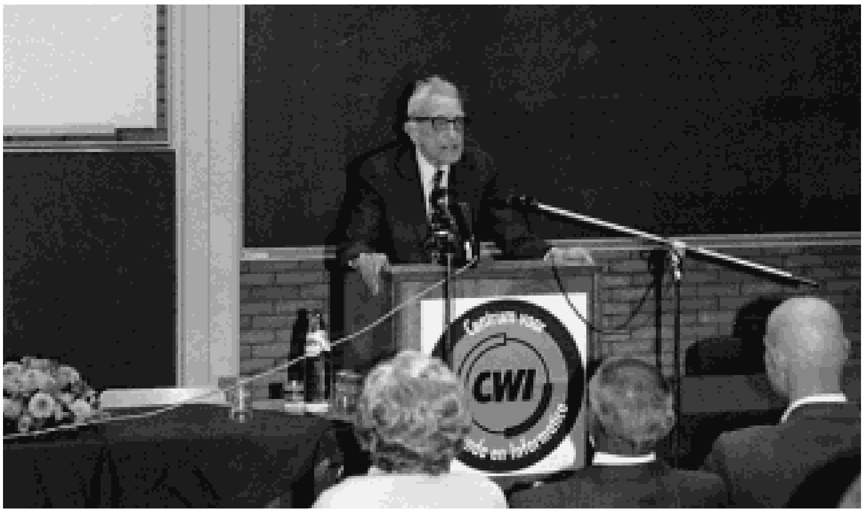


foto Harm Bakker

In later jaren is Struik zich meer en meer bezig gaan houden met de geschiedenis van de wiskunde. In zijn eigen woorden: ‘scheppende wiskunde is voor jonge mensen; geschiedenis kun je doen tot je 110 bent.’ David Rowe onderstreepte in zijn voordracht het belang van Struik’s werk voor de historiografie van de wiskunde.

En toen de voordracht waar iedereen eigenlijk voor was gekomen. Zat de zaal de gehele dag aardig vol, na de theepauze waren zelfs de trappen bezet. De honderdjarige, toch wel wat moeilijk lopend, nam plaats achter de microfoon. En wat mag je dan van een zo’n hoog bejaarde man verwachten? Een korte rede met een aantal bedankjes? Zo niet bij Struik! Een uur lang wist hij het gehoor te boeien. Zonder ook maar één moment te verslappen vertelde hij over zijn jeugd en schooltijd, zijn studie en alle wereldberoemde mensen waarmee hij in die tijd in contact kwam (Schouten, Ehrenfest, Einstein), zijn betrokkenheid bij het communisme. Hij vertelde over zijn tijd in Italië (1924) en in Göttingen (bij Hilbert), alles illustrerend met anekdotes.

In 1926 vertrekt hij naar het M.I.T. in Boston, dat zich in de jaren daarna ontwikkelt tot internationaal wetenschappelijk instituut. Hij neemt deel aan acties tegen het fascisme en is nauw betrokken bij de vereniging van Vrienden van de Sovjetunie. In de jaren na de Tweede Wereldoorlog levert hem dat een schorsing op. Hoewel zijn salaris wordt doorbetaald, is dit een moeilijke periode: ‘Ik hield van mijn baantje’.
En dan komt de periode dat de geschiedenis van de wiskunde het belangrijkste onderzoeksgebied wordt. Voor uitgeverij Dover schrijft hij ‘*A Concise History of Mathematics*’, een boek dat in vele talen is vertaald. Vele andere werken volgen.

Als Struik na ruim een uur zijn lezing afsluit kan het publiek niet anders dan met een staande ovatie de jubilaris bedanken en gelukwensen. Tijdens het luisteren naar dit verhaal ben je vergeten dat hier iemand staat die een eeuw geleden is geboren. Zijn heldere spreekstijl dwingt respect af; zijn humor werkt aanstekelijk, zo ook zijn liefde voor het vak (‘*Als je met wiskunde bezig bent heb je prettige gedachten*’).

Een dag om met veel plezier aan terug te denken.



foto Harm Bakker

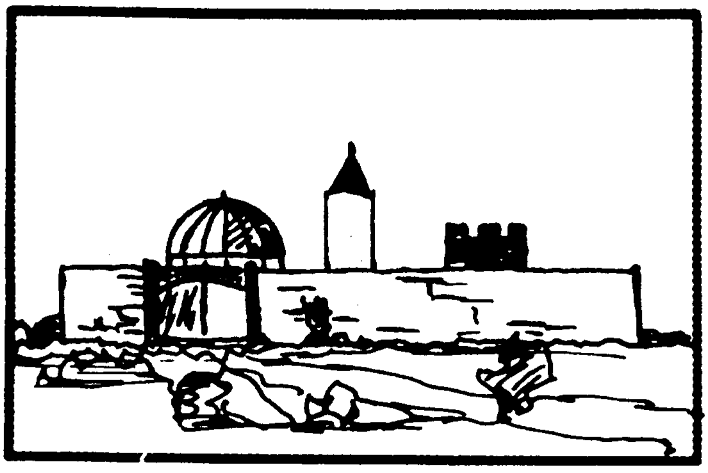
Zo langzamerhand wordt het ook voor de modale wiskundedocent interessant om te zien in welke richting het gaat met de experimentele examens. De afsluiting van het nieuwe programma nadert immers voor alle leerlingen in het mavo-vbo met rasse schreden. Na de massale belangstelling voor de methodekeuzeconferenties, valt te verwachten dat met de komst van het nieuwe examen ook voor de inhoud daarvan de nodige interesse zal ontstaan.

Experimenteel examen vbo/mavo 1994

Bram van der Wal

Ontwikkelingen

Na de nogal onevenwichtig samengestelde experimentele examens uit de eerste jaren lijkt het er op dat met het examen van 1994 een definitieve richting is ingeslagen. Over de examens van 1990 en 1991 valt, terug ziende, niet veel meer te zeggen dan dat het een ratjetoe van opdrachten was waarvan velen niet meer wisten op te merken dan: ‘Wat heeft dit nu met wiskunde te maken?’
Was opgave 2 van het C-examen uit het eerste tijdvak van 1992 nog een ‘ouderwetse’ functiesom, opgave 5 betrof het ondertussen veelvuldig geciteerde en welhaast wereldberoemde stadje Horn waarin kandidaten hun verworven kennis omtrent kijklijnen konden demonstreren.
Ondanks deze uitersten werd in dat jaar een strakkere lijn uitgezet die in 1993 leidde tot een examen nieuwe stijl met als enige dissonant het kale piramidevraagstuk dat overigens ook in het gewone examen voorkwam.
Deze uitgezette lijn resulteerde in 1994 in een examen dat een zekere volwassenheid heeft bereikt.
Dat het examen de kinderschoenen is ontgroeid is ook af te leiden uit het feit dat het integraal is afgedrukt in het gele katern van Uitleg van september jongstleden. De kroonprins wordt den volke getoond.


‘foto’ stadje Horn vanuit het Westen

Volwassen

Deze volwassenheid impliceert twee dingen. In de eerste plaats is de kinderlijke onbevangenheid verdwenen.
Verdwenen zijn daarmee de spontane invallen, kinderen eigen, die je op de meest onverwachte momenten aan het denken zetten.
Maar ook het onbevangen kijken naar dingen waar wij ‘te groot voor gegroeid’ zijn.

Het vouwen van een velletje driehoekige postzegels voor de kerstpost, het verknippen en vergroten van een ansichtkaart, het meten van de bovenbenen van Marlieke, een patroon voor haar cirkelrok en de zandkorrel uit de Sahara op de auto van oom Henk, allemaal voorbeelden van een programma in de kinderschoenen: voor grote mensen heel wat op aan te merken maar ó zo origineel.

Zoals gezegd, – velen zullen hardop zeggen gelukkig – de kinderjaren zijn voorbij. Er is een evenwicht ontstaan. Mijn vader zou zeggen er is over nagedacht.
Een tweede kenmerk van volwassenheid is dat er trekjes zijn ontstaan, wat iets anders is dan rimpels. De ervaring heeft al een zekere wijsheid gebracht, het hoofd is net voldoende keren gestoten, allerlei mensen die het goed met je menen (of met zichzelf, dat blijft vaak de vraag) hebben je raad gegeven. En zo ben je dan gevormd; de eerste trekjes zijn ontstaan.

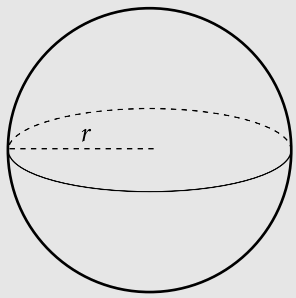
Examen 1994

Na deze lange inleiding een kritische beschouwing van de examens uit het eerste tijdvak. Voorop moet gesteld worden dat het examen er als geheel keurig verzorgd uitzag en van een heel behoorlijk gehalte was. Docenten die in het verleden zeiden dat met het nieuwe programma niets meer over bleef van de wiskunde moeten dit werk maar eens aan hun leerlingen voor zetten. Nogmaals, het geheel ademt de sfeer van volwassenheid en evenwicht.
Het voorgaande betekent niet dat er geen kritische kanttekeningen bij het examen gezet kunnen worden. Het is ook nu niet alles goud wat blinkt.
Het lijkt zinnig om de onderdelen waaruit het examen is opgesteld los van elkaar te bekijken. Daar geeft het examen zelf alle aanleiding toe omdat er typische ‘algebra’- vraagstukken en dito ‘meetkunde’- vraagstukken zijn naast opdrachten uit de nieuwe onderdelen zoals grafen. Omdat met name het ‘algebra’-onderdeel in het nieuwe programma aanleiding gaf tot zorg is het logisch daar met name naar te kijken.

Winnende formules

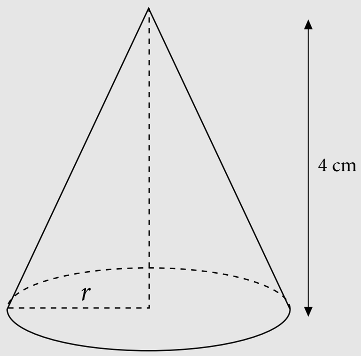
Het vraagstuk over de inhouden van bol en piramide, zoals dat in het D-examen voorkomt, is een puur algebra-vraagstuk omdat het geen enkel beroep doet op verworven kennis rond volumes. De lichamen zijn slechts kapstokken voor het exerceren met winnende formules.
Dit type vraagstuk lijkt na enkele jaren van experimenteren al een evergreen te worden (zie ook het D-examen van 1992) en is een van

figuur Bol met straal r



Inhoud = $\frac{4}{3}\pi r^3$

figuur Kegel met straal r



Inhoud = $\frac{4}{3}\pi r^2$

Een bol met straal r en een kegel met straal r (en hoogte 4 cm) hebben dezelfde inhoud.

2p 28 □ Hoe groot is de straal? Leg je antwoord uit.

de trekjes van de volwassenheid geworden.
Waar in een eerder stadium door sommigen hetzelfde werd gevreesd ten aanzien van de kijklijnen – erfenis van het stadje Horn met wat mij betreft een heel aardige melodie – dreigt het in de oppervlakte- en volumesfeer bewaarheid te worden. Worden dit de nieuwe parabolen?
Ook al wil men in het D-examen complexere en abstractere situaties aan de orde stellen, het gaat toch te ver daar dit type vraagstuk model voor te laten staan. Alleen al het feit dat een volume bij herhaling als een tweedimensionale grootheid wordt gepresenteerd vind ik voor een vbo/mavo leerling erger dan vloeken.
Tenslotte heeft het vergelijken van het volume van een bol en een kegel met dezelfde straal net zoveel met elkaar te maken als het vergelijken van een fiets en een bromfiets voor gebruik door een snoek.
Opnieuw lijkt het er op dat met name het algebradeel van het nieuwe programma nog onvoldoende is uitgekristalliseerd.
Het pakketje ‘Winnende formules’, een van de weinige algebrapakketjes die door de commissie zijn gemaakt voor de hogere leerjaren, dreigt een centrale rol te vervullen in het programma. Het geeft de armoede aan van wat in de algebra, ondanks alle volzinnen in de programma’s, is vastgelegd en ontwikkeld. Los van deze onduidelijkheid in het programma moet de ‘winnende formule’ zijn bescheiden plaatsje in de kast weer opzoeken.

Vergelijkingen

Dat er in het gewraakte vraagstuk een vergelijking moet worden opgelost – een van de onderdelen waar het veld naar uitkijkt – doet daaraan weinig aan af. Immers het type vergelijking dat hier aan de orde wordt gesteld is van een

Korrel

Hoe had u dat gedacht?

In haar recent verschenen rapport over knelpunten in de huidige wiskunde B voor het vwo doet de studiecommissie ook een aanbeveling voor het gewenste programma. Er moeten vier onderwerpen komen:
- discrete wiskunde met getaltheorie, rijen en recursie, en convergente rijen;
- continue wiskunde met differentiëren, functie en grafiek, en bewegingen in het vlak;
- meetkunde met incidenties in de ruimte, vlakke meetkunde, en meetkunde en analyse;
- en ten slotte toepassingen naar keuze.

Het laatste alleen te toetsen in het schoolonderzoek. Om ruimte voor de discrete wiskunde te maken worden de integraalrekening en de differentiaalvergelijkingen geschrapt.
Over de voorgestelde verschuiving van de huidige algoritmische benadering naar een meer op begrip en inzicht gerichte visie hoort u mij hier niet. Wel over het weglaten van de integraalrekening. Ik lees namelijk onder *meetkunde en analyse*: inhoudsberekening met toepassing van de analyse. En bij de toelichting, dat als alternatief voor een systematische behandeling van de integraalrekening oppervlakte- en inhoudsberekeningen kunnen dienen, waarbij gedacht wordt aan meetkundig gedefinieerde Riemann-sommen en aan het gebruik van primitieven van eenvoudige functies.
Maar hier staat in wezen toch precies de integraalrekening zoals die sinds 1957 in het programma zit? Hoe had de commissie dat gedacht?

Bert Zwaneveld

De tabel in de bijlage gaat over $x^3 + x$ en $\frac{1000}{x}$

3p (11) ☐ Kies voor x de waarden 2, 5 en 8 en vul de tabel in.

3p 12 ☐ Reken uit hoeveel verschil er is tussen $x^3 + x$ en $\frac{1000}{x}$ als $x = 100$.

4p (13) ☐ Gebruik de getallen uit de tabel en schets in het assenstelsel op de bijlage de grafieken van de functies $x \rightarrow x^3 + x$ en $x \rightarrow \frac{1000}{x}$

4p 14 ☐ Geef een waarde van x waarvoor $x^3 + x$ en $\frac{1000}{x}$ ongeveer aan elkaar gelijk zijn. Bereken hoe groot het verschil dan is.

4p 15 ☐ Schrijf op hoe je een x kunt vinden waarvoor het verschil tussen $x^3 + x$ en $\frac{1000}{x}$ kleiner is dan in vraag 14.

Vraagstuk 5 uit het D-examen van 1992

gedaante die we slechts uit een grijs verleden kennen bij de meerkeuzevraagstukken.
Het is toch beschamend dat men in dit vraagstuk niet verder komt dan de vergelijking:
$r^3 = r^2$ met $r = 1$!
Als je daarbij bedenkt dat in het vergelijkbare vraagstuk van 1992 de volgende vergelijking voorkwam:
$r^2 = 9$ met $r = 3$, dan is er niet veel fantasie nodig om voor 1995 de volgende 'ingeklede' vergelijking te verwachten:
$r^2 = 25$ en $r = 5$.
Veel wiskundedocenten vroegen zich bij de presentatie van het nieuwe programma af wat er over zou blijven van de algebra. Deze bezorgdheid kwam niet alleen voort uit bezorgdheid voor de aansluiting met het mto. In de beschrijving van de leerstof vond men de inhoud onvoldoende. De gepresenteerde opdrachten tot nu toe geven niet het nodige vertrouwen in de goede afloop.
Het weliswaar kale vraagstuk 5 uit het D-examen van 1992, waar in elk geval aan een oplossing werd gewerkt heeft wat mij betreft verre de voorkeur boven het gezochte bol-kegel gedoe.
Waarom wordt in het examen 1994, in vervolg op voornoemd kaal vraagstuk uit 1992, geen aanzet gegeven tot het oplossen van wat mij betreft een zoveelste graads vergelijking in een *herkenbare situatie*?
Dat de parabool en tweedegraadsvergelijkingen in het oude programma als ontstoken wormvormige aanhangsels functioneerden betekent nog niet dat het oplossen van vergelijkingen een onnutte bezigheid is geworden.
Om het feit dat de *abc*-formule het veld heeft moeten ruimen zal niemand rouwen, dat er een flauw vergelijkinkje voor in de plaats komt zal menigeen tot droefheid stemmen.

Herkenbaar

In het C-examen wordt een aardige poging gedaan een vergelijking op te stellen in een herkenbare situatie. De manier waarop een en ander in dit vraagstuk gebeurt (nota bene het eerste vraagstuk) gaat echter wel ver. De complexiteit van met name het derde en vierde deel is zodanig dat het in een D-examen niet had misstaan.
Er wordt bij de overgang van het tweede naar het derde deel nog al heengelopen over het feit dat Lucia nu ineens over een jongerenkaart beschikt!
Bovendien lijkt het me bij het laatste onderdeel zinniger eerst te vragen naar het aantal ritten waarbij de uitkomst gelijk is.

Het vraagstuk over sparen uit het D-examen komt wat mij betreft dicht bij de bedoeling van het nieuwe programma. In dit vraagstuk moet de kandidaat laten zien inzicht te hebben in de structuur van de formule. In dit geval de formule waarmee je het spaarbedrag na een aantal jaren kunt bepalen.

Uiteraard bevalt deze aanpak me beter dan het – hier doet zich hetzelfde trekje voor als bij het bolkegel geval – zoeken van een formule bij het zoveelste figuurtje (driehoeken,zeskanten en rechthoeken met en zonder lucifers) uit de rij zoals dat in 1993 bij herhaling

Foke kreeg op haar 10e verjaardag 500 gulden van haar opa en oma.
Ze zette dit geld meteen op een speciale bankrekening tegen een vaste rente van 6%.
Tot haar 18e verjaardag mocht ze daar niet aankomen. Door de rente groeit het bedrag ieder jaar. Daardoor krijgt Foke ook elk jaar rente over een groter bedrag (rente op rente).

3p **1** ☐ Vul de tabel op de bijlage bij vraag 1 in.

De formule van deze groei ziet er als volgt uit $T = 500 \times 1{,}06^n$
met T als het totaalbedrag en
n als het aantal jaren.

1p **2** ☐ Wat is de groeifactor?

Op de bijlage bij de vragen 3 en 6 zijn drie grafieken getekend.
2p **3** ☐ Welke grafiek, A, B of C, hoort bij de groei van Foke's spaarbedrag? Leg uit waarom.

Foke is vandaag 18 jaar geworden.
3p **4** ☐ Hoeveel geld staat er nu op haar bankrekening? Licht je antwoord toe.

Foke krijgt op haar 18e verjaardag *ƒ* 250,– van haar ouders. Ze zet dat bedrag meteen op dezelfde rekening met dezelfde vaste rente.

Stel dat Foke het totale bedrag wil laten staan tot het gegroeid is boven *ƒ* 1250,–.
4p **5** ☐ Bereken vanaf welke verjaardag ze het geld dan kan opnemen. Schrijf je berekening op.

Neem de grafiek die je bij vraag 3 hebt gekozen.
2p **6** ☐ Schets daarin globaal hoe het spaarbedrag van Foke vanaf haar 18e verjaardag verder groeit.

Vraagstuk over sparen uit het D-examen

werd gevraagd (C en D eerste tijdvak vraagstuk 1 en C tweede tijdvak vraagstuk 2, D idem vraagstuk 3).

Integreren

Tenslotte is het jammer dat er kansen blijven liggen in het integreren van programmaonderdelen. Waarom moest in het vraagstuk van de jongerenkaart zo nodig de afstand Gouda - Woerden gegeven worden? Er bestaan toch tabellen en kaartjes om dat op te zoeken? De tabel die nu gegeven was bood wel erg weinig mogelijkheden.

Eierdopjes

Een voorbeeld van hoe het ook kan vind ik het vraagstuk over de eierdopjes in het C-examen.
Herkenbaar, realistisch en een keur aan getoetste onderwerpen.
Met name de vraag hoe groot de diameter van het cirkelvormige gat moet worden getuigt van klasse.
Het feit dat de eierdopjes ook geld kosten cq opbrengen verhoogt het realiteitsgehalte. Nogmaals klasse.
Dit vraagstuk brengt ons bij de 'meetkundeachtige' onderdelen. Te oordelen naar de vraagstukken van de laatste jaren en dus ook die van 1994 lijkt men hier meer grip op het geheel te hebben.
De pendant van de eierdopjes in het C-examen, de schaarlamp in het D-examen, is weer herkenbaar en laat zien dat wiskunde zijn plaats in de maatschappij heeft.
Tenslotte lijkt het er op dat de nieuwe onderwerpen als grafen, enkele onderdelen uit de statistiek en het schatten op een alleszins redelijke manier uit de verf komen.

Meerkeuzevragen

Gelukkig is de toetsing van het nieuwe programma nog gevrijwaard van meerkeuzevragen. Deze opmerking lijkt voorbarig maar er is een sterker wordend geluid dat er op duidt dat dit voor de toekomst nog allerminst zeker is.
Het valt te hopen dat het gemier, eigen aan deze manier van afvragen, geen voet aan de grond krijgt. Het zou van het volwassen vrouwtje/mannetje op slag een bejaarde maken. Met de bijbehorende rimpels.
Dat zou overigens nog niet het ergste zijn. Rimpels kunnen tenslotte een niet eerder vertoonde aristocratie opleveren.
Een groter bezwaar tegen het opnieuw van stal halen van deze manier van examineren met bureaucratische trekken ligt onder andere in het feit dat het proces van 'eigen oplossingen bedenken' om zeep wordt geholpen.
Ruimtegebrek is er de oorzaak van dat op dit laatste aspect niet gedetailleerd kan worden ingegaan.

Een terugblik van een leraar

Over de experimentele D-examens 1994

Wim Schaafsma

'De experimentele eindexamens van voorgaande jaren, van dit jaar en van volgende jaren zijn, het kan niet genoeg benadrukt worden, eindexamens in een experimentele fase en dus slechts indicaties van wat uiteindelijk op de definitieve examens van na 1997 verwacht kan worden.'
Steeds weer hebben de samenstellers van de examens en de deelnemers aan het W12-16 project dit soort zinnen geuit na een experimenteel examen. Bij de examenbespreking van het vorig cursusjaar waren er andere geluiden te horen:
- inhoudelijk een goed examen;
- niveau goed;
- trendsettend.

Kortom: wie wil weten hoe het D-examen eruit komt te zien over enkele jaren, mag dit examen al als maatstaf gaan nemen.

Algebra en rekenen

De experimenteerscholen hebben vanaf het begin de stelling ingenomen dat de leerlingen door het experiment geen nadelige effecten bij het examen, maar ook niet bij de vervolgopleiding mogen ondervinden. Die stellingname heeft vooral invloed op de inhoud van de lessen algebra in klas 4. Zo wordt er nog een forse portie traditionele algebra behandeld om de toekomstige mts-leerlingen een goede voorbereiding te geven. Dit zal zo blijven tot het moment dat ook de mts'en hun voorgenomen bijstelling van het programma doorgevoerd hebben.
Daarnaast is de leerlingen een forse portie nieuwe algebra aangeboden in een periode waarin de leraren van de experimenteerscholen ook nog niet helder voor ogen stond wat er van hen verwacht mocht worden.
Onze leerlingen verwachtten dus sommen over parabolen, tweedegraads vergelijkingen, ontbinden in factoren, maar ook sommen over herschrijven van formules, exponentiële groei, wortelfuncties en gebroken functies. Wat kregen ze:
- sommen over exponentiële groei (rente op rente);
- sommen over formules, hun grafieken en berekeningen met die formules;
- sommen die op de experimenteerscholen al bijna klassiekers zijn; in ieder geval sommen die ruimschoots in de pakketjes (*Verschil in groei*, *Winnende formules* en *Draaiende molens*) aan de orde zijn geweest;
- geen sommen over parabolen, tweedegraads vergelijkingen of ontbinden in factoren;
- daarnaast veel praktisch rekenwerk: bij 7 van de 30 sommen moesten de leerlingen aan het rekenen. Eigenlijk wel erg veel rekenen: afstandstabel (3x), procentberekening, rekenen met verhoudingen (2x), statistische berekeningen (2x).

Meetkunde

De meetkunde op de experimenteerscholen is veelal praktisch gericht: symmetrie, kijkmeetkunde, oppervlakte- en inhoudsberekeningen, globaal schatten, en verhoudingen. Mijn leerlingen zijn niet getraind in het manipuleren met (drie)hoeken, cosinusregel of puntverzamelingen.
In de derde klas wordt er behoorlijk wat tijd aan de meetkunde besteed. Vooral het pakketje *Praktisch rekenen in de meetkunde* is aan de pittige kant. Maar aan het begin van elk cursusjaar nemen mijn collega en ik ons voor om in de vierde klas toch wat meer te trainen in het meetkundig redeneren en berekenen, en aan het eind van elk cursusjaar kijken we verwonderd terug en concluderen dat deze meetkunde weer een stiefkindje is geweest.
Misschien is het daardoor dat de schaarlamp-som door teveel leerlingen slecht is gemaakt. Kortom, de som hoort zeker op D-niveau thuis, maar een evenwichtiger meetkunde-onderwijs in onze eindexamenklassen ook.
Over de mozaïek-sommen (zie werkbladen Euclides 70-1) raken leerlingen niet uitgepraat, een veelgehoorde klacht is: je moet het

zien! Meestal zijn het de zenuwen en/of tijdgebrek die bij de leerlingen een blokkade opwerpen. Achteraf vinden ze dit gewone sommen, en stom dat ze 'het' niet gezien hebben. (Want in dit soort sommen zijn ze wel behoorlijk getraind!)

En verder

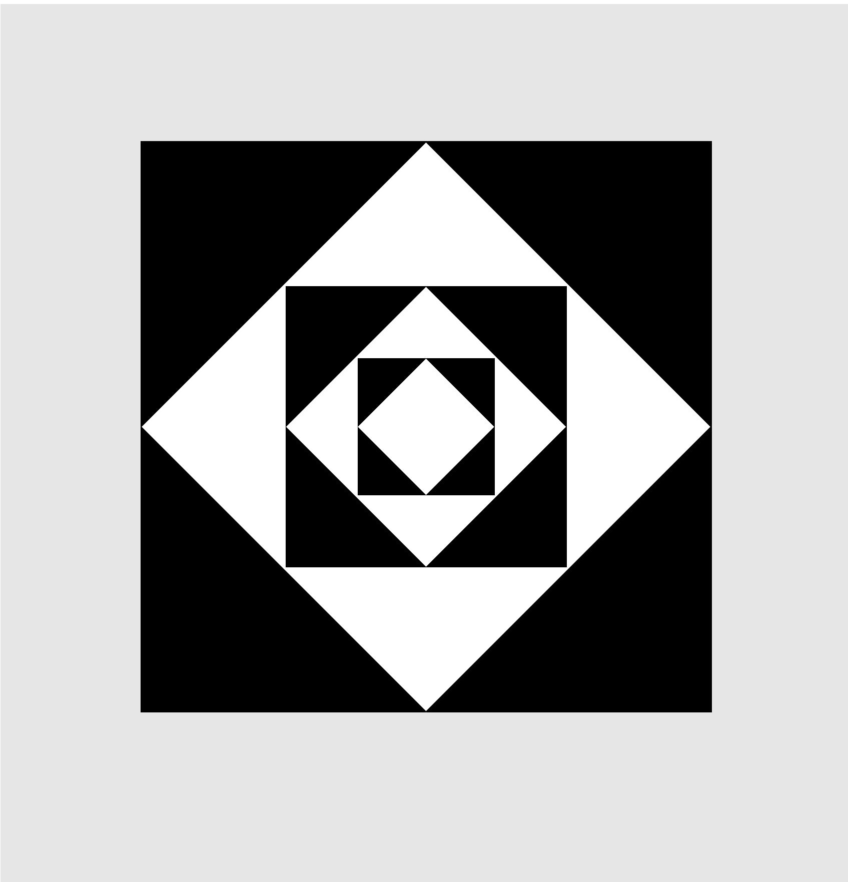
Natuurlijk komen er meer onderwerpen aan bod in dit D-examen. Een grafen-som, het tekenen van een boomdiagram, en het interpreteren van een cirkeldiagram. Maar dat zijn onderwerpen uit de A-achtige wiskunde die velen niet zullen verbazen. Voor leerlingen en leraren die deelnemen aan het experimentele examen is elk jaar weer de hamvraag: wat krijgen we voor algebra en meetkunde…?

Reactie

Antwoord aan de hoofdredacteur

Henk Barendregt
Zsófia Ruttkay

Wij hebben met verbazing kennis genomen van de Korrel in Euclides 70-3 (november/december 1994), waarin de hoofdredacteur onder de kop *Vierkant* zijn twijfel uitspreekt over de competentie, opvatting en bedoeling van één van de initiatiefnemers, Zs.Ruttkay.



Het is vreemd dat in een vakblad als Euclides de eerste reactie op de Vierkant-actie gebaseerd is op twee kranteartikelen die 2 à 3 maanden geleden geschreven zijn door dagbladjournalisten. Bovendien komt deze negatieve reactie juist nu we de eerste successen kunnen melden van de Vierkant-actie. Als de heer Van Hoorn deze artikelen zo schadelijk vindt, waarom wendt hij zich dan niet rechtstreeks tot deze bladen en hun lezers? En als hij de vereniging van wiskundeleraren wil informeren hoe Vierkant de pers haalt, waarom verzwijgt hij dan het bestaan van verschillende andere reportages in de kranten over Vierkant (bijvoorbeeld ook in NRC-Handelsblad)?
Wat de lezer van Euclides in de Korrel voorgeschoteld krijgt, is Van Hoorn's eigen interpretatie van deze twee artikelen. Hij gebruikt door hem zelf gechargeerde woorden en beweringen die in deze artikelen niet voorkomen. De letterlijk aangehaalde beweringen vermeldt hij zonder context en de bijbehorende argumentatie. En als hij een kritische opmerking van een kind over de schoolwiskunde aanhaalt, maakt hij insinuaties over de eerlijkheid van het kind. Tientallen wiskundeleraren, ouders en zelfs

één van de uitgevers van de huidige schoolboeken hebben heel anders - zeer positief - gereageerd op dezelfde artikelen.
Volgens ons staat er in deze artikelen niets nieuws of beledigends over onze doelstelling. Onze kritiek op de schoolwiskunde hebben wij al eerder publiek gemaakt op professionele gelegenheden (bijvoorbeeld op het forum over wiskunde B op het Nederlands Mathematisch Congres in april 1993, en in ons manifest dat ook in Euclides, in oktober 1993, werd gepubliceerd).
De Vierkant-actie kon gelanceerd worden juist omdat onze kritiek door zovelen uit het vak onderschreven wordt, en niet alleen in universitaire kringen.
Recentelijk is de actualiteit van onze kritiek duidelijk gebleken: de laatste jaarvergadering van de vereniging van wiskundeleraren in november 1994 was georganiseerd rond het thema *Van exploreren naar bewijzen.* Uit het juist in november 1994 gepubliceerde rapport van de Studiecommissie wiskunde B vwo wordt duidelijk, dat de meerderheid van de leraren meer bewijzen en aandacht voor begrippen wil dan er in het huidige curriculum voorkomt. Het is ook de conclusie van deze commissie om de filosofie van wiskunde B in deze zin te veranderen. Ten slotte ervaren wij een groeiende belangstelling van leraren voor Vierkant. Zij zien duidelijk de behoefte aan materiaal en activiteiten van Vierkant ter aanvulling van de schoolwiskunde.
Wij vertrouwen dat de professionele waarde van Vierkant en de reacties van betrokkenen meer overtuigen dan een grofkorrelige interpretatie van kranteartikelen.

Antwoord op een antwoord

M.van Hoorn

In de Korrel in Euclides 70-3 staat kritiek op één aspect van de activiteiten van *Vierkant voor Wiskunde.* Deze kritiek behelst de wijze waarop de gang van zaken in wiskundelessen geschilderd wordt. De kritiek is geïllustreerd met letterlijke citaten uit een tweetal dagbladen:
1. ‘Op school is het antwoord belangrijk, maar hier op het wiskundekamp gaat het vooral om de manier waarop je iets bedenkt’.
(Een uitspraak van een leerling.)
2. ‘De wiskunde die in Nederland op school wordt gegeven is niet geschikt om logisch te leren denken. Er is altijd een slim kind dat de oplossing weet en de rest krijgt geen tijd om zelf na te denken’.
(Een uitspraak van mevrouw Ruttkay.)
Wie zulke uitspraken voor waar aanneemt, kan moeilijk anders dan constateren dat de Nederlandse wiskundeleraren hun werk niet goed doen. Zij zouden in hun lessen geen ruimte laten voor denken en redeneren, en dan bovendien al blij zijn met het (goede) antwoord van één kind.
Het had de mensen van Vierkant gesierd indien zij zelf de betreffende dagbladen een ingezonden artikel hadden aangeboden om het geschrevene recht te zetten. Nu zij dat niet hebben gedaan zijn zij op de Korrel genomen, niet persoonlijk natuurlijk, maar louter op grond van de geciteerde uitspraken.
Voor het overige zijn de mensen van Vierkant en ik het over zeer veel zaken eens - naar ik hoop en verwacht:
Het leerplan behoeft vernieuwing, is doorgeschoten naar de algoritmische kant, veel wiskundeleraren zijn geïnteresseerd in redeneren en bewijzen, initiatieven als zomerkampen mogen best geprezen worden (hetgeen in de Korrel gebeurt, terwijl in hetzelfde nummer van Euclides een verslag is opgenomen van het Vierkant-zomerkamp), zoals ook initiatieven van anderen best geprezen mogen worden. Men denke aan wiskunde-olympiades, aan A-lympiades en aan het jongerentijdschrift Pythagoras.
Ik zal dus graag Vierkant voor Wiskunde positief-kritisch blijven volgen.

Interview met mevrouw Nel Ginjaar-Maas

De bovenbouw gaat veranderen! Over profielen en het studiehuis

Rob Bosch, Martinus van Hoorn en Bert Zwaneveld

Inhoudelijke vernieuwing

De Stuurgroep Profiel Tweede Fase Voortgezet Onderwijs onderscheidt het studiehuis - zoals de Stuurgroep het noemt- en de inhoudelijke vernieuwing. Over de inhoudelijke vernieuwing, - wat moet de inhoud van de vakken zijn bij de vier profielen? - wil mevrouw Ginjaar niet praten. De vakontwikkelgroepen moeten daar eerst een voorzet voor geven binnen de vastgestelde randvoorwaarden. Opmerkelijk is dat de Stuurgroep zelf die vakontwikkelgroepen samenstelt, na overleg met de betrokken instanties. 'Wiskunde als vak voor een klein groepje fijnproevers: mensen die dat vinden zetten we niet in de vakontwikkelgroep.' En mevrouw Ginjaar is zich ervan bewust, dat de voor te stellen leerplannen en examens sterk bepaald worden door de mensen in de vakontwikkelgroepen. Bovendien zal de stuurgroep de voorstellen van de vakontwikkelgroepen toetsen aan haar uitgangspunten en aanbevelingen. We noemen de profielen nog even: cultuur en maatschappij, economie en maatschappij, natuur en gezondheid en natuur en techniek.

Het studiehuis

Dit is de term die mevrouw Ginjaar voor de vernieuwde bovenbouw van havo en vwo gebruikt. Reductie van de tijd die besteed wordt aan klassikaal frontaal lesgeven met 25 tot 50%, zelfstandig werken, het doortrekken, uitbreiden en uitbuiten van de vaardigheden opgedaan in het basisonderwijs en de basisvorming. Het vervolgonderwijs krijgt zo beter opgeleide studenten die hoofd- en bijzaken kunnen onderscheiden, bij wiskunde geleerd hebben een redenering op te zetten, bij scheikunde de samenhang achter de losse feiten kennen.

Zijn de scholen en docenten toe aan zo'n ingrijpende verandering? Nu werken bijna alleen scholen à la Montessori in de onderbouw op die manier. Hoe reëel is het om te verwachten dat heel Nederland zo gaat werken? En bovendien: door de huidige structuur zitten over het algemeen docenten van 50 jaar en ouder in de bovenbouw. Over een tijdje zijn die met de VUT of pensioen. Moeten die de cultuuromslag uitvoeren?

(Fel) *De vraag suggereert dat oudere docenten niet zouden willen veranderen. Dat is een aanname die ik weiger te onderschrijven. Natuurlijk is het studiehuis een cultuuromslag, maar die moet en kan er ook komen. Dat kost tijd, maar het hoeft niet van de ene op de andere dag, het mag tien jaar duren. Het is niet tegen te houden. En veel docenten praktizeren al iets van het studiehuis. Jammer is dat veel docenten òf in de onderbouw òf in de bovenbouw lesgeven, ten gevolge van de HOS. Er is de volle steun van het ministerie, van het Cito en de CEVO. Bovendien komen de leerlingen uit de basisvorming. Wat ze daar geleerd hebben is niet opeens weg. De daar geleerde vaardigheden zullen de totstandkoming van het studiehuis bevorderen.*

De aansluiting

Hoe zit het met de aansluiting bij basisvorming en mavo? Nu kunnen na mavo-3 leerlingen wiskunde laten vallen, in de bovenbouw echter moet iedereen het algemene

deel van wiskunde doen. De basisvorming levert in 1996 de eerste leerlingen aan klas 4 af, de profilering gaat pas in 1998 in.

aantrekkelijke onderwerpen en niet om onderwijs dat tot selectie leidt. Ik heb van zulk goed onderwijs, al jaren geleden in het LHNO, heel goede staaltjes gezien.

den dat leerlingen in hun vrije ruimte, 23 % van het totaal, één of twee vakken in een ander profiel doen.



De commissie-Van Veen heeft voorgesteld met ingang van 1996 de examenvakkencombinaties in het mavo aan strengere regels te onderwerpen. Dus de plaats van wiskunde in het mavo gaat veranderen. Verder is het toch eigenlijk niet meer van deze tijd dat een mavo-leerling eindexamen kan doen zonder wiskunde. En om de twee jaar te overbruggen kan als dat nodig mocht blijken, in goed overleg met de CEVO afgesproken worden dat bepaalde onderdelen van het huidige eindexamen in die tijd niet geëxamineerd zullen worden. Maar het allerbelangrijkste is dat de wiskunde in het algemene deel zo moet zijn dat iedereen die havo of vwo kan halen die wiskunde aankan en interessant vindt. Het moet dus om onderwijs gaan met

En dan de wiskunde

Laten we, om de gedachten te bepalen, de volgende veronderstelling maken. Stel dat het vrij eenvoudig is om de bestaande vakken, wiskunde A en wiskunde B af te beelden op de inhoud van de wiskundevakken in de nieuwe situatie. Die zal bestaan uit wiskunde in het gemeenschappelijke deel (gedeeltelijk nieuw te ontwikkelen), de wiskunde in economie en maatschappij waarmee wiskunde A zal corresponderen en de wiskunde in de twee B-profielen die met wiskunde B zal corresponderen. Met name voor het havo lijkt de tijd die aangegeven is om dit allemaal te doen, erg krap. Zeker als een school de mogelijkheid wil aanbie-

Het programma voor havo lijkt wellicht wat overladen, maar bedacht moet worden dat de vakontwikkelgroepen de strikte opdracht krijgen om binnen de toegemeten tijd van de studielast te blijven. In de stuurgroep is in de beginfase overigens lang gediscussieerd over de vraag of het havo niet zesjarig moet worden. Dat zou het probleem van de beschikbare tijd aardig helpen oplossen. Uiteindelijk is daarvoor niet gekozen, omdat deskundigen ons ervan overtuigd hebben dat het mogelijk is een havo-leerling in vijf jaar een goede voorbereiding op het hbo te geven, en dat je leerlingen op die leeftijd niet langer dan strikt nodig op school moet houden. Overigens wil ik er bij de scholen sterk op aandringen dat zij de mogelijk-



heid blijven aanbieden om wiskunde in de vrije ruimte te doen. De verwachting is namelijk dat meisjes vooral het profiel natuur en gezondheid zullen kiezen, waarvan wiskunde een deelvak is. Kunnen zij de wiskunde daarvan aan, dan moeten zij de mogelijkheid hebben om de wiskunde aan te vullen tot het volledige vak van het profiel natuur en techniek.

(De redactie tekent hier het volgende bij aan. Deze mogelijkheid lijkt alleen voor het vwo met zijn zes jaar reëel. Bovendien moet het dan zo georganiseerd worden dat een leerling in klas 4 en 5 het algemene deel voor wiskunde doet plus de wiskunde voor natuur en gezondheid en dat er dan in klas zes naadloos op het laatste deel van de wiskunde van natuur en techniek kan worden aangesloten. Zie in dit verband de bijdrage van Anne van Streun, Euclides 69-8, mei 1994.)

Toch de inhoud

Je hoort vaak zeggen, met name door docenten in het vervolgonderwijs, dat de inhoud er niet zoveel toe doet. ‘Leer ze op school de cognitieve vaardigheden, zoals logisch denken, oplosmethoden voor lastige problemen, logica en samenhang. Wij leren ze dan wel onze specifieke onderwerpen, en waarschijnlijk gebeurt het dan nog efficiënter ook’.

Hier geloof ik niets van. De genoemde vaardigheden zijn heel belangrijk en moeten veel aandacht krijgen, maar wel gedemonstreerd aan reële inhoud. Vaardigheden en inhoud gaan samen.

De docenten

Zijn de docenten voor de realisering van de plannen adequaat opgeleid? We horen vaak vier knelpunten. Er zijn te weinig universitair opgeleide docenten. De wiskundige kwaliteit van eerstegraders die vanuit een tweedegraadsopleiding via een deeltijdbijscholing eerstegrader zijn geworden, is te laag. Docenten die na 1968 op de middelbare school hebben gezeten weten te weinig van (vlakke) meetkunde. En degenen die mathematische statistiek moeten geven zijn veel te onzeker – omdat dit vak toch een specifieke manier van denken en doen vereist die door mensen die het niet in hun opleiding hebben gehad, moeilijk is te verwerven.

Op de eerste twee punten kan ik kort zijn: de stuurgroep gaat ervan uit dat elke eerstegrader hoog opgeleid en dus gekwalificeerd is om het onderwijs in de bovenbouw te geven dat haar voor ogen staat. Over de andere twee punten kan ik niets zeggen. Het is mij niet bekend. Maar ik heb er wel goede nota van genomen en ik neem het mee.

Nederlandse
Vereniging van
Wiskundeleraren

Van de bestuurstafel

Wiskunde in de tweede fase

Wat is

Aan het begin van de zomer verscheen de vervolgnota van de Stuurgroep Tweede Fase over de veranderingen in de bovenbouw van het havo en vwo. Tijdens de kabinetsformatie gaat de politieke besluitvorming niet door, daarom duurde het wat lang – om precies te zijn tot december –, voordat voor de diverse vakken de leden van de vakontwikkelgroepen aangezocht en benoemd konden worden. Deze groepen hebben de opdracht gekregen om binnen de randvoorwaarden die in de nota's zijn aangegeven concreet examenprogramma's te ontwikkelen.

Wat kan?

Ofschoon de startdatum van deze groepen een half jaar later ligt dan gepland was, is de einddatum dezelfde gebleven: op 1 augustus 1995 worden de groepen geacht hun taak af te hebben. Over de praktische (on)mogelijkheid om binnen die termijn een redelijk doordacht produkt te maken zijn nog wel aardige discussies te voeren als je kijkt naar eerdere ervaringen in HEWET, HAWEX en W12-16, waar toch eerder in termen van jaren dan in maanden aan een nieuw programma gewerkt werd: u begrijpt dat de leden van deze groepen slechts voor een deel van hun tijd voor deze toch niet onbelangrijke opdracht zijn vrijgemaakt. Spoort deze tijdsdruk aan tot een zekere terughoudendheid in het aanbrengen van al te grote veranderingen, die immers niet tevoren in experimenten zullen kunnen worden getoetst, van diverse zijden, onder andere de Studiecommisie vwo wiskunde B en de Stuurgroep zelf, wordt juist wel een herziening en modernisering bepleit. Zowel het een als het ander is overigens wel te begrijpen: als de invoering volgens plan verloopt, moeten auteurs en uitgevers hun spullen op tijd klaar kunnen hebben en de nieuwe tweede fase is nadrukkelijk ook bedoeld als een modernisering van het onderwijs, naar inhoud en vorm.

Wat moet

Zowel voor de wiskunde in het vwo als in het havo moeten vier examenprogramma's worden gemaakt. In het vwo een gemeenschappelijk deel met een omvang van 280 uur, daarbij komen in de profielen in E&M 320 uur, in N&G 320 uur en in N&T 480 uur. Voor het havo heeft het gemeenschappelijk deel een omvang van 160 uur, en de profieldelen in E&M 160 uur, in N&G 200 uur en in N&T 320 uur. Dit zijn uren studielast, waarbij uitgegaan wordt van een bruto jaarbelasting voor de leerling van $40 \times 40 = 1600$ uur.
Het bestuur van de vereniging heeft overigens in een reactie op deze urenaantallen onder meer haar zorg uitgesproken over het veel te geringe aantal uren voor wiskunde in het profiel N&T op het havo.

Die programma's moeten aan een aantal voor de hand liggende eisen ▼

Inhoud

voldoen wat betreft aansluiting en afstemming, daarnaast staan toepassingsgerichtheid en het integreren van algemene vaardigheden zoals rekenvaardigheid, problemen kunnen oplossen en onderzoeksvaardigheden hoog in het vaandel. Bij de opdracht is ook nadrukkelijk gesteld dat aandacht besteed moet worden aan het boeiend maken van het vak voor meisjes en aan aspecten van informatietechnologie. Hoe strijdig deze laatste twee wensen zullen blijken te zijn is nu nog niet duidelijk. In hoeverre al deze wensen met elkaar verzoend zullen kunnen worden evenmin.

Wat komt

Op dit moment (begin januari) zijn de werkzaamheden net gestart. Op de regionale bijeenkomsten in februari is er een werkgroep gepland waarin Jan Breeman en ik, die op voordracht van de NVvW in de ontwikkelgroep zitten, hopelijk aangevuld met Kees Lagerwaard (secretaris, Cito) en Martin Kindt (toegevoegd deskundige, Freudenthal instituut) u wat uitgebreider zullen kunnen informeren. Tegen die tijd zal naar verwachting ook de vorig jaar gevormde resonansgroep tweede fase bijeenkomen. Zij die zich daarvoor hadden aangemeld ontvangen uiteraard t.z.t. een uitnodiging voor deze laatstgenoemde bijeenkomst.

Marian Kollenveld

Mededeling

Vaststelling examenprogramma algemene eindexamenvakken vbo-D, vbo-C, mavo-D en mavo-C.

In het Gele Katern nummer 31b van 21 december 1994, staat onder OCenW-Regelingen de vaststelling van de examenprogramma's op C- en D-niveau.

1 Vastgesteld worden de examenprogramma's vbo en mavo (op C- en D-niveau) voor de algemene vakken, waaronder wiskunde, zoals deze zijn aangegeven in een bijlage.

2 Gesteld wordt, dat de examenstof nader kan worden omschreven. *(Dit is met het oog op wijzigingen in de toekomst.)*

3 Vervallen verklaard wordt onder meer het oude examenprogramma wiskunde, oorspronkelijk daterend van 26 oktober 1970.

4 De nieuwe examenprogramma's treden in werking op 1 augustus 1996. In 1997 wordt dus voor het eerst geëxamineerd volgens de nieuwe programma's.

5 Gezakte kandidaten aan vbo- en mavo-scholen en alle kandidaten aan vavo-scholen kunnen in 1997 nog examen doen volgens het oude programma.

In bijlage 4, afgedrukt op de bladzijden 14 t/m 18, wordt de examenstof voor het vak wiskunde omschreven.
De examenstof wordt onderscheiden in *Vaardigheden* (7 stuks) en *Eindtermen* (70 stuks). De eindtermen worden weergegeven in *Domeinen* (4 stuks) met *Subdomeinen* (in totaal 16 stuks).

Het eindexamen bestaat uit het centraal examen en het schoolonderzoek. Het centraal examen wordt afgenomen in een zitting die 2 uur duurt.

Het centraal examen heeft betrekking op de bij de examenstof omschreven vaardigheden en eindtermen met uitzondering van:
- vaardigheid 5 en de eindtermen 33, 58 en 62 voor zover de kandidaat daadwerkelijk een computer moet gebruiken;
- de eindtermen 48 en 57 voor zover de kandidaat concreet materiaal of zelfgemaakt gereedschap moet gebruiken;
- de eindterm 60, voor zover de kandidaat statistische gegevens moet verzamelen.

De eindtermen worden zoveel mogelijk in onderlinge samenhang getoetst.
De vragen en opdrachten worden zoveel mogelijk in een herkenbare en inleefbare context gepresenteerd.

Het schoolonderzoek heeft betrekking op de gehele examenstof. Het schoolonderzoek moet zo worden ingericht, dat:
- in elk geval ten minste één opgave of opdracht betrekking heeft op het functioneel gebruik van de computer (vaardigheid 5);

- zo mogelijk ten minste één opgave of opdracht in het bijzonder betrekking heeft op geïntegreerde wiskundige activiteiten (vaardigheid 7);
- zo mogelijk naast de traditionele schriftelijke en mondelinge toetsvormen ten minste één opgave of opdracht betrekking heeft op een of meer andere vormen van toetsing, bijvoorbeeld werkstukken, projecten (daaraan kan door meer kandidaten worden gewerkt mits individuele beoordeling mogelijk is);
- de vragen en opdrachten zoveel mogelijk worden gepresenteerd in een herkenbare en inleefbare context; binnen deze context worden open vragen gesteld in combinatie met vragen die een eenduidig antwoord vereisen;
- de aard van de gekozen contexten zoveel mogelijk wordt afgestemd op de specifieke opleiding die de kandidaat volgt of op andere situaties uit de leefwereld van de kandidaat.

Het examen C en D omvat alle onder de examenstof omschreven vaardigheden en eindtermen, zij het dat voor C de volgende onderdelen van) eindtermen zijn uitgezonderd:
- 19 horizontale verschuiving;
- 24 in een formule een expressie vervangen door een variabele, en omgekeerd;
- 28 exponentiële verbanden herkennen en gebruiken;
- 29 voor zover $n > 3$;
- 32 de begrippen periode en amplitude herkennen;
- 38 vermenigvuldigen met en delen door machten van 10;
- 41 berekeningen uitvoeren met een groeifactor of groeipercentage;
- 55 bij redeneren, tekenen en berekenen gebruik maken van de goniometrische verhoudingen sinus en cosinus;
- 56 verklaren dat een figuur niet te tekenen is wegens onvoldoende of strijdige gegevens;
- 60 statistische gegevens verzamelen en weergeven met behulp van een boxplot;
- 69 combinatorisch tellen van mogelijkheden en complexe boomdiagrammen.

(De nummers zijn nummers van eindtermen.)

Het onderscheid tussen de C- en D-examens berust voor het overige op verschillen in examenopgaven en -opdrachten.
Dit onderscheid komt bovendien tot uiting in:
- verschillen in context;
- verschillen in de manier waarop het mathematiseren van contexten plaatsvindt;
- verschillen in hulp *(d.w.z. meer hulpvragen en kleinere stappen bij C)*;
- verschillen in wiskundige abstractie;
- verschillen in de manier waarop wiskundige resultaten worden geïnterpreteerd in de gegeven context;
- verschillen in de manier waarop kandidaten met wiskundige begrippen omgaan;
- verschillen in redeneerwijze.

Al deze soorten verschillen worden toegelicht.

Mededeling

Algemeen Pedagogisch Studiecentrum

Methodekeuze VAVO-Wiskunde

Zaterdag **18 maart 1995**
13.00 - 16.00 uur

Programma

13.00 - 13.15 • Welkom

13.15 - 13.45 • Ervaringen van de VAVO-proefschool: Eindhovens dag-/avond-college *Rinie Beckers*

13.45 - 14.30 • Presentatie van de nieuwe lesmaterialen door één van de auteurs;
- Uitgeverij BOOM
- Malmberg
- Educatieve Partners Nederland

14.30 - 14.45 • Overzicht van beschikbare schoolboeken voor het jeugdonderwijs

14.45 - 15.00 • Pauze

15.00 - 15.45 • In subgroepen werken aan criteria die van belang zijn voor het kiezen van wiskunde-lesmateriaal voor VAVO

15.45 - 16.00 • Inventarisatie van de opbrengst van de subgroepen en rondvraag

16.00 • Sluiting

Informatie:
Infopunt wiskunde
030-856722.

Boekbespreking

M. Niss, W. Blum, I. Huntley
Teaching of Mathematical Modelling and Applications
Uitgever: Ellis Horwood
Prijs: $ 94,50; december 1990

Enige tijd geleden vond in Denemarken de vierde editie plaats van de International Conference on the Teaching of Mathematical Modelling en Applications (afgekort ICTMA-4). Het onderhavige boek kan als een verslag van dit congres beschouwd worden (het Engelse woord 'Proceedings' dekt de lading beter). Elk van de sprekers op het congres heeft zijn bijdrage op papier uitgewerkt; de drie redacteuren hebben het geheel gebundeld tot een leesbare en gestructureerde uitgave.

De congresbijdragen zijn ingedeeld in zes categorieën, 'overzichten', 'algemene en theoretische aspecten', 'onderbouw voortgezet onderwijs', 'bovenbouw voortgezet onderwijs', 'hoger onderwijs' en 'voorbeelden uit het hoger onderwijs'. De overzichtscategorie bevat artikelen die geschreven zijn naar aanleiding van de plenaire bijeenkomsten tijdens de conferentie. De artikelen gaan in op de huidige trend in het internationale wiskundeonderwijs om ruimte te bieden aan het toepassen van wiskunde op concrete en realistische probleemstellingen. De noodzaak deze trend te volgen wordt uit de doeken gedaan en afgewogen tegen argumenten van meer conservatieve leraren wiskunde. Nieuwe doelstellingen voor het wiskundeonderwijs worden zorgvuldig geformuleerd. Tevens geven de auteurs aandacht aan het feit dat de voorgang van de informatietechnologie , ook in het onderwijs, de mogelijkheid biedt grotere modellen door te rekenen. Twijfel over de introductie van op toepassingen en modelbouw gericht wiskundeonderwijs valt er in deze bijdragen (en evenmin in de rest) nauwelijks te bespeuren.

De tweede categorie artikelen heeft niet exclusief het onderwijs tot onderwerp. Een van de artikelen behandelt de historische ontwikkeling van de wiskunde als een toepassingsgerichte discipline. Een ander artikel in deze categorie neemt stelling tegen het onverantwoord gebruik van wiskundige modellen, ook in het onderwijs. Slechts in dit artikel worden vraagtekens geplaatst bij de huidige trend in het wiskundeonderwijs. Aardig is ook het verhaal waarin binnen de eerder geschetste trend een tweedeling wordt geconstateerd. Aan de ene kant wordt toegepaste wiskunde gedoceerd, waarbij de wiskunde zelf de tweede viool speelt; aan de andere kant wordt het toepassen van wiskundige begrippen centraal gesteld. Kennis van die begrippen is bij laatstgenoemde stroming wel degelijk van belang. Op een hoger abstractieniveau staat een artikel over mogelijke interpretatie-verschillen tussen leraar en leerling bij realistische contexten. Contrasterend is de bijdrage uit Bangladesh. De schrijver benadrukt de noodzaak wiskunde te gebruiken om de problemen van het door stormen en overstromingen geteisterde land te helpen oplossen.

De overige 32 bijdragen zijn in het algemeen concreet van aard en beschrijven allerlei projecten, soms door de overheid, soms door de vakvereniging en soms ook door een eenling opgestart en tot uitvoer gebracht. Daarbij komt de onderbouw van het voortgezet onderwijs er bekaaid vanaf. Veel voorbeelden en projecten hebben juist de bovenbouw en het hoger onderwijs als doelgroep. Daarbij is het niveau van de toe te passen wiskunde hoog, vaak op niveau wiskunde B van het vwo. Daarnaast beschrijven de meeste artikelen modellen uit de mechanica, de biologie, of de computertechnologie.
Doordat de bijdragen uit verschillende landen van de wereld afkomstig zijn, krijgt de lezer een aardig beeld van de stand van zaken op het gebied van toegepast wiskundeonderwijs. Een aantal landen zet voorzichtig en enthousiast de eerste stappen op dit terrein, andere landen zijn al verder en een enkel land kan zich in dit opzicht meten met ons land. Daarnaast worden er in sommige artikelen bruikbare suggesties gedaan met betrekking tot bijvoorbeeld de toetsproblematiek. Zo blijken docenten in Noord-Ierland de context van het examenvraagstuk een paar weken voor de examendatum de leerlingen openbaar te maken, uiteraard zónder de vraagstelling. Een ander artikel gaat in op de wijze van beoordelen van werkstukken van studenten.

De 44 bijdragen vormen samen een interessant geheel. Het boekwerk straalt enerzijds gedegenheid uit, maar biedt ook ruimte aan enthousiasme en inspiratie. De keerzijde van de medaille is de al eerder gememoreerde geringe aandacht voor toepassingsgerichte wiskunde in de onderbouw van het voortgezet onderwijs. Daarnaast komen er niet veel mislukkingen aan bod. Een project wordt bijna altijd afgesloten met tevreden leerlingen en dito leraar en redelijke cijferresultaten. Toch moet er van een faliekante mislukking ook te leren zijn.

Victor Schmidt

Mededeling

Tentoonstelling

School & Computer '95

Evenals vorig jaar worden er in 1995 in het hele land totaal 5 tentoonstellingen gehouden met als titel 'School & Computer '95'. Op de tentoonstellingen kan men kennis nemen van de laatste ontwikkelingen op het gebied van software voor schoolgebruik, maar ook van aanverwante produkten, zoals boeken, werkbladen, video's, hardware en supplies.
Er zijn diverse pakketten te bekijken en uit te proberen, zoals courseware voor alle vakken, administratieve pakketten, roosterprogramma's, leerlingvolgsystemen en toetsingssoftware. Bovendien kan men zich op de hoogte stellen van mogelijkheden m.b.t. schoollicenties en multimedia-toepassingen.
Alle belangrijke producenten van educatieve software en aanverwante zaken zijn op de tentoonstellingen vertegenwoordigd. Sommige produkten zijn rechtstreeks te koop, andere moeten besteld worden.

Plaatsen en tijden
De tentoonstellingen worden steeds gehouden op
woensdag van 12.00 - 17.30 uur
en wel op:

15 maart 1995
Delft
Aula Technische Universiteit

22 maart 1995
Enschede
Tentamen-/Sporthal Universiteit Twente

29 maart 1995
Breda
Het Turfschip

5 april 1995
Groningen
Martinihal

12 april 1995
Zwolle
IJsselhallen

Voor wie
De tentoonstellingen zijn gericht op docenten, directies, bestuursleden, ouders en anderen uit:
- Basisonderwijs
- Voortgezet Onderwijs, met extra aandacht voor de Basisvorming en het VBO
- Middelbaar Beroeps Onderwijs
- Volwasseneneducatie

De toegang is gratis. Kinderen onder de 16 jaar uitsluitend onder geleide van een volwassene.

Tentoonstellingskrant
Half februari verschijnt de bekende tentoonstellingskrant in een oplage van 87.500. De krant wordt op alle scholen in Nederland – gratis – verspreid. Scholen voor Voortgezet en Middelbaar Beroepsonderwijs en de Volwasseneneducatie ontvangen bovendien een of meer affiches.
In de krant bevindt zich een catalogus van de getoonde software en overige produkten. In deze catalogus wordt een overzicht van exposanten opgenomen en worden de produkten kort beschreven. Men kan zich dus vooraf oriënteren en vervolgens gericht de produkten op de tentoonstelling gaan bekijken. Tevens staat in de krant hoe men de locaties kan bereiken.

Het bestellen van een extra krant is mogelijk door overmaking van *ƒ* 5,- op Postbankrekening 300847 t.n.v. ESS Groningen, o.v.v. '**krant '95**'. Vijf exemplaren kosten *ƒ* 12,50. Grotere aantallen op aanvraag.

Voor meer informatie:
ESS/Educatieve Software Service,
tel. 050-277504

Verschenen

S.W. Goode
An Introduction to Differential Equations and Lineair Algebra
Prentice Hall; $38.00;
640 bladzijden;
ISBN 0-13-473521-8

In de eerste hoofdstukken leert de lezer een aantal klassieke technieken voor het oplossen van eerste orde differentiaalvergelijkingen. In de latere hoofdstukken wordt dit gebruikt ter motivatie en illustratie van definities en stellingen uit de te ontwikkelen lineaire algebra. Daarna staat de dv weer centraal: lineaire gewone dv; lineaire stelsels; Laplace transformaties; machtreeksoplossingen.

Naar de Europese Kangoeroe-wedstrijd 1995 *Een reisverslag*

In een ziekenhuis zijn 7 baby's geboren. Een slordige verpleegster verwisselt per ongeluk iedere dag twee baby's. Na een week komen de vaders om hun baby's (en hun vrouwen) op te halen. Hoeveel baby's gaan er in het gunstigste geval met hun eigen ouders mee?

Ach hoe realistisch is de wiskunde! Kunnen onze 13- en 14-jarige leerlingen dit? 'Mogen' we ze zulke cynische vragen voorleggen? Onder grote hilariteit bespraken we verschillende varianten op het babyprobleempje. De 'we' waren vertegenwoordigers uit 12 Europese landen, bijeengekomen in Parijs, in het weekend van 14-15 januari 1995. We moesten er uit de 167 ingezonden meerkeuzevraagstukken 30 kiezen, verdeeld in drie categorieën, 10 gemakkelijk, 10 middelmatig en 10 moeilijk, voor de Europese Kangoeroewedstrijd, die op 23 maart 1995 tegelijk in 12 Europese landen wordt gehouden voor leerlingen van de eerste en tweede klas van het voortgezet onderwijs.

Oorsprong

Dit soort wedstrijden is een jaar of vijftien geleden ontstaan in Australië met de bedoeling de wiskunde te populariseren, de wiskunde op een speelse en uitdagende manier onder de aandacht van de leerlingen te brengen. In 1991 hebben Jean-Pierre Boudineen en André Deledicq dit 'jeu concours' in Frankrijk geïntroduceerd onder de naam 'Kangourou des mathématiques'. Zij hebben het zeer professioneel aangepakt met een uitstekend gevoel voor publiciteit. Het succes was overweldigend. In 1994 bijna 500.000 deelnemers in de leeftijd van 9 tot 19 jaar,verdeeld over verschillende categoriëen. De 'Kangourou des mathématiques' is er inmiddels uitgegroeid tot een nationale manifestatie. In 1995 worden er ruim 600.000 deelnemers verwacht. De Société Mathématique de France heeft in 1994 de initiatiefnemers gehonoreerd met de 'Prix D'Alembert, pour la meilleure action de vulgarisation destinée à un large public'.

Kangoeroe in Europa

In 1993 heeft André Deledicq het initiatief genomen om te komen tot een Europese Kangoeroe. Dat heeft ertoe geleid dat we, dat wil zeggen de Faculteit Wiskunde & Informatica van de TU in Eindhoven, in Nederland in 1994 op kleine schaal, bij wijze van experiment en alleen voor leerlingen van 13-14 jaar, een Kangoeroewedstrijd hebben georganiseerd. (Een groot deel van de opgaven kunt u op de bladzijden 170 en 171 als werkbladen vinden.) Er hebben 1900 leerlingen meegedaan van 14 scholen in de omgeving van Eindhoven. Dit jaar organiseren we de wedstrijd landelijk.
Er zijn 15.000 Kangoeroe-folders en 7500 -posters verzonden naar de scholen. Zullen de Nederlandse leerlingen en leraren even enthousiast reageren als hun Franse collega's ?

In Parijs reed ik direct naar het huis van André Deledicq de organisator van de bijeenkomst. Met groot plezier nam hij een t-shirt en enkele telefoonkaarten met kangoeroelogo, die we in Nederland aan de leerlingen hadden uitgedeeld, in ontvangst. Ook had ik enkele Kangoeroe-folders en -posters voor hem bij me. (Een Franse lerares wilde onmiddellijk een Nederlandse Kangoeroe-poster in haar klas ophangen.) André had op zijn beurt nog een verrassing in petto. Zaterdagochtend na onze eerste schermutselingen met de 167 opgaven werden we tijdens de koffiepauze naar een naburige zaal geloodst, waar een uitgebreide TV-ploeg van Channel 2 ons stond op te wachten en die van de zaal een soort studio had gemaakt. Interviews werden afgenomen, begroetingen geënsceneerd en een deel van de vergadering werd er ten behoeve van de opname in scene gezet. Toen kwam André met zijn Nederlandse cadeautjes voor den dag die we samen onder de felle lichten en voor de zoemende camera's moesten presenteren. Op 25 april, bij de prijsuitreiking van de Franse Kangoeroewedstrijd, zal TV2 in een uitgebreid programma aandacht besteden aan de Europese Kangoeroe. Op 23 maart tijdens de wedstrijd zullen er op enkele scholen in Frankrijk opnamen worden gemaakt. Waarschijnlijk komt er op die dag ook een Franse opnameploeg naar een Nederlandse school.

Meer over competities

Wist u dat er bij de eerste ronde van de wiskunde-olympiade in Italië 200.000 en in Engeland 130.000 deelnemers zijn? Ter vergelijking: in Nederland zo'n 2500!
De zondag was er om knopen door te hakken. Of de dertig opgaven die we tenslotte hebben vastgesteld alle geslaagd zijn zullen we op 23 maart zien. We hebben een 'Association Kangourou sans Frontières' opgericht, een overkoepelende organisatie waaronder de Europese Kangoeroewedstrijd zal worden georganiseerd en die tevens deel zal uitmaken van de reeds bestaande 'World

Federation for Mathematical Competitions'. Verder hebben we nog allerlei organisatorische problemen besproken en enkele besluiten genomen; er komt een Europees certificaat voor alle deelnemers aan de Kangoeroewedstrijd 1995; in Zakopane (Polen) wordt van 21 - 27 augustus een vakantiekamp georganiseerd waaraan een aantal prijswinnaars uit verschillende landen kunnen deelnemen. Tenslotte is ook de datum voor 1996 vastgesteld: 21 maart.

Jan Donkers

Inlichtingen

Secretariaat Wiskunde Kangoeroe
Faculteit Wiskunde en Informatica
Technische Universiteit Eindhoven
Postbus 513, 5600 MB Eindhoven
telefoon 040-473121 of 040-472738
telefax 040-436685

VIERKANT programma's in 1995 voor kinderen tussen 12 en 16 jaar

Clubs

In het schooljaar 1994-95 zullen twee parallelle series van 8 wiskundeclubmiddagen plaats vinden. Op iedere clubmiddag zullen diverse leuke opdrachten en vraagstukken worden opgegeven. De onderwerpen van de problemen en de aanpak zijn bedoeld om de wiskundige horizon te verbreden en iets anders en meer te doen dan in de wiskundelessen. De problemen kunnen opgelost worden door zelf na te denken, in plaats van te proberen foefjes uit de schoolles toe te passen. De onderwerpen van de diverse clubmiddagen zijn onafhankelijk van elkaar, dus het is niet noodzakelijk (maar wel raadzaam) om iedere maand te komen.
Er zijn twee locaties waar hetzelfde programma wordt afgewerkt.

In het Amsterdams Lyceum in Amsterdam, Valeriusplein 15
elke derde dinsdag van de maand (21 februari , 21 maart, 18 april, 16 mei, 20 juni) van 15.30 tot 17.00 uur;
contactpersoon:
Dhr. J. Colle, tel: 020-6627 790

In het Hermann Wesselink College in Amstelveen, Startbaan 3
elke derde vrijdag van de maand (24 februari , 24 maart, 21 april, 19 mei, 23 juni) van 15.30 tot 17.00 uur;
contactpersoon:
Dhr. C. Buissant des Amorie,
tel: 020-6459 751

Zomerkampen

Vanwege het grote succes van het kamp in de afgelopen zomer, organiseert VIERKANT ook in '95 wiskunde-zomerkampen voor 12-16 jarige jongeren die het leuk vinden om hun hersens te laten kraken. In het kamp zullen diverse wiskundige activiteiten aangeboden worden: natuurlijk het oplossen van spannende vraagstukken; onderzoek over thema's om je wiskundige horizon te verruimen, zelf wiskundige kunstwerken ontwerpen. De wiskundige activiteiten (ca. 5 uur per dag) zullen worden aangevuld met lezingen, spelletjes en sportactiviteiten. Het kamp wordt geleid door wiskundigen en universitaire wiskunde-studenten.

Tijden:
kamp A van maandag 14 augustus t/m vrijdag 18 augustus
(met hetzelfde programma als in 1994)

kamp B van maandag 21 augustus t/m vrijdag 25 augustus,
(met een nieuw programma)

Locatie: Conferentieoord Drakenburg, in een schitterende bosrijke omgeving tussen Hilversum en Baarn.

Kosten: ca. *ƒ* 400,–, inclusief accommodatie, maaltijden, alle programma's, materialen, prijzen.

Verdere informatie is te verkrijgen op het onderstaande adres van VIERKANT:

dr. Zsófia Ruttkay,
vice-voorzitter VIERKANT
Faculteit der Wiskunde en Informatica Vrije Universiteit Amsterdam
De Boelelaan 1081a,
1081 HV Amsterdam
tel: 020-444 7700 of 035-561 192.

Richtlijnen voor auteurs

Aanleveren
Kopij dient bij voorkeur te worden aangeleverd op een diskette (3,5 of 5,25 inch) in WP5.1 (MS-DOS) of ASCII-bestand. Gedrukte of geschreven kopij kan vertraging opleveren. De tekst mag geen lay-out bevatten. De tekst moet zo kaal mogelijk worden aangeleverd, zonder woordafbrekingen e.d.; geef alinea's wel met harde returns aan.
Lever bij de diskette altijd een drietal afdrukken van de tekst aan, waarop bijvoorbeeld staat aangegeven waar u de illustraties had gedacht.

Tekst
Maak een korte, bondige titel; vermeld de naam van de auteur zonder eventuele titels. Paragrafen worden aangeduid met korte tussenkoppen (maximaal 23 aanslagen); per kopje vervallen er 4 regels basistekst.
De basistekst komt in een 3-koloms stramien. Een volle pagina telt $3 \times 54 = 162$ regels van 35 aanslagen per regel.
Wiskundige artikelen komen in een 2-koloms stramien. Een volle pagina telt hier $2 \times 54 = 108$ regels van 58 aanslagen per regel.

Illustraties
Voorzie uw tekst van toepasselijke illustraties.
Tekeningen, grafieken: scherpe figuren met zwarte pen of inkt gemaakt, of geprint op een goede printer.
Tabellen: scherp origineel op apart vel aanleveren.
Foto's: liefst zwart/wit met scherp contrast.
Voorzie illustraties van een verklarend bijschrift (op apart vel; bij meer illustraties zowel de illustraties als de bijschriften nummeren). Indien een illustratie op een bepaalde plaats in de tekst moet worden opgenomen dient dit duidelijk te worden aangegeven.

Verschijningsdata van Euclides
Omstreeks de 1e van de maanden september, december en mei; omstreeks de 15e van de maanden oktober, januari, februari, maart en juni.
Kopij voor het volgend nummer moet uiterlijk 10 weken voor verschijning geaccepteerd zijn door de redactie; voor de acht middenpagina's (in artikelen voor deze bladzijden mogen geen illustraties, tabellen of formules voorkomen!) geldt een termijn van 7 weken.

Adressen van auteurs

H. Bakker
Jan Steenstraat 11
8932 EA Leeuwarden

H. Barendregt / Zs. Ruttkay
VIERKANT
Fac. W.&I., VU Amsterdam
De Boelelaan 1081a
1081 HV Amsterdam

R. Bosch
Heiakker 16
4841 CR Prinsenbeek

H. Broekman
IVLOS
Princetonplein 1
3584 CC Utrecht

J. Donkers
TU Eindhoven
Postbus 513
5600 MB Eindhoven

M.C. van Hoorn
Noordersingel 12
9901 BP Appingedam

M.P. Kollenveld
Leeuwendaallaan 43
2281 GK Rijswijk

W. Schaafsma
Kolbleikolk 6
8017 NJ Zwolle

V.E. Schmidt
Verlengde Grachtstraat 43
9717 GE Groningen

H.N. Schuring
Cito
Postbus 1034
6801 MG Arnhem

A. van der Wal
Ordermolenweg 23
7312 SC Apeldoorn

G. Zwaneveld
Bieslanderweg 18
6213 AJ Maastricht

Kalender

21 februari 1995
Zwolle

Regiobijeenkomst NVvW

23 februari 1995
Eindhoven

Regiobijeenkomst NVvW

15 maart 1995
Utrecht

Bestuursvergadering NVvW

18 maart 1995
Utrecht

Methodekeuze VAVO-wiskunde; zie blz. 161

23 maart 1995

Europese Kangoeroewedstrijd op de scholen; zie blz.164

24 maart 1995

Eerste ronde Wiskunde Olympiade op de scholen

Gedachten en overwegingen in de didactiekcommissie

Stimulerende en andere vragen

Harrie Broekman

In boeken over het lesgeven (in wiskunde) worden vaak drie belangrijke redenen genoemd om als leraar vragen aan leerlingen te stellen:

1 het stimuleren van leerlingen om te denken
2 het testen van de kennis (en vaardigheden) van de leerlingen
3 het uitoefenen van controle

In de lerarenopleiding zetten we daar vaak een vierde reden bij:

4 het formuleren van vragen dwingt de lesgever scherper na te denken.

In dit artikel zal ik slechts kort iets zeggen over 'controle' en 'testen' omdat het doel van dit artikel is meer aandacht te schenken aan vragen die het denken stimuleren.

De essentie van het vierde argument komt overeen met de achtergrond van de uitspraak *'je leert iets het beste door het aan een ander uit te leggen!'* Deze gedachte werd eveneens genoemd in een van de artikelen van Piet van Wingerden[1].

Het '<u>controle uitoefenen</u>' herkennen we als leraar direct als we een collega (of ons zelf) een beurt horen geven aan net die leerling die niet op zit te letten.
'Jan, hoe heb jij die derde som aangepakt? '
Door een inhoudelijke vraag te stellen wordt geprobeerd Jan indirect tot de orde te roepen en weer (?) mee te laten doen. Niet iedere leraar houdt er van dit soort vragen te stellen, omdat het de duidelijkheid niet bevordert. Voor sommige leerlingen lijkt het te moeilijk om de indirecte boodschap te verstaan en op de vraag inhoudelijk te antwoorden. Een antwoord als *'dat weet ik niet meer, dan moet ik eerst mijn schrift pakken en het opzoeken'* geeft immers geen duidelijkheid.
Is dit een brutale opmerking van de leerling of een eerlijk antwoord?
De lachende reactie van Jan (5 gymnasium) maakte overigens duidelijk dat *hij* de indirecte boodschap begreep en tevens door had dat zijn leraar hem wilde aanzetten tot denken:
'Tja, als u graag heeft dat ik mee doe, wil ik wel vertellen wat ik in mijn schrift heb staan. Maar als u wilt weten hoe ik daar aan gekomen ben moet ik echt eerst even nadenken'.

Vragen zijn zeer geschikt als middel om erachter te komen hoe het oplossingsproces van de leerlingen verloopt, of wat ze al weten. Het zinsdeel '<u>testen van kennis en vaardigheden</u>' slaat dan ook niet alleen op proefwerken en repetities (ter beoordeling) maar ook op het willen weten wat een leerling al kent en kan om daarbij aan te kunnen sluiten. Of gewoon om te kunnen volgen waar een leerling het over heeft.
Zeker bij een lesopzet waarbij de leerlingen veel zelf aan het werk zijn is het nodig dat de leraar terugblikkende klassikale momenten organiseert. Dit vraagt een zekere ervaring met en inzicht in oplossingsprocessen die de leerlingen doormaken.
Als je je daar als leerkracht van bewust bent ga je bijna automatisch vragen stellen die niet alleen gericht zijn op het oproepen van behandelde zaken maar vooral ook gericht zijn op meningen, hypotheses en manieren van redeneren.
Een eenvoudig, maar aardig voorbeeld hiervan stond beschreven in een artikel in Arithmatic Teacher[2].

Adam lost een probleem op, dat uitmondt in de optelling van 153 en 218.

Adam:
Ik telde 100 bij 200 en kreeg 300.Toen 300 en 53 dat geeft 353; dan 353 en 18 dat geeft 371.

Juf Kates:
Waarom trok je de 53 en de 18 af? En hoe telde je 353 en 18 bij elkaar op?

Juf Kates achteraf: *'de antwoorden op deze vragen waren belangrijk voor mij, omdat ik geloof dat als ik het denken van de leerlingen ken (en begrijp) ik het verdere lesgeven beter kan plannen'.*

Het <u>stimuleren om te denken</u> komt – soms uit de nood geboren – terug in veel vragen in leerboeken. Een voorbeeld daarvan zijn de zogenaamde tussenvragen. Een van de problemen waar leerboekauteurs

op stuiten is dat met name het leesbaar houden van 'context'-vraagstukken het gebruik van relatief eenvoudige taal nodig maakt. Een dilemma is dan wel 'hoe eenvoudiger de taal hoe langer de tekst'. Dit wordt soms opgelost door 'dwingende vragen' tussen de tekst in te lassen. Hier bedoelen we het soort vragen mee dat de leerlingen dwingt tot een verdere inleving in het probleem dat ze op dienen te lossen.
Overigens moeten we hier wel opmerken dat het gebruik van 'eenvoudige taal' niet automatisch van een vraag 'een eenvoudige vraag' maakt. Het blijkt in de praktijk voor veel leerlingen vaak allesbehalve simpel om de volgende - in eenvoudige taal gestelde - vragen te beantwoorden:

- wat is de essentie van het voorgaande?
- welke patronen heb je tot nu toe gevonden?
- wat zou je hieruit kunnen concluderen?
- heb je een idee hoe je verder zou kunnen gaan?
- welke gegevens heb je tot nu toe gebruikt?
- wat was eigenlijk de vraag?
- ....

Leerboekauteurs vergeten overigens ook wel eens wat de vraag eigenlijk was. Zo komt de startvraag 'Hoeveel vogels en kleine zoogdieren vallen ten prooi aan katten die voor hun plezier op jacht gaan?' op pagina 23 van Getal en Ruimte 4/5 H-A1 alleen in deelvragen uitgesplitst terug. En dat is jammer want juist de stimulerende <u>startvragen</u> die bedoeld zijn om de leerlingen een nieuw probleemgebied in te trekken zouden moeten terugkomen.
Het is niet alleen voor leerboekauteurs moeilijk om 'het denken stimulerende vragen' te stellen maar zeker ook voor de leraar die individueel of in groepjes werkende leerlingen begeleidt. Een zin als: 'Ook kunnen ze vastlopen zodat ze met enkele stimulerende vragen op weg geholpen moeten worden door de leerkracht'[3] helpt je niet erg als je wilt weten wat nu stimulerende vragen zijn. Gelukkig kunnen we door terug te denken aan eigen lessen, lessen van collega's en beschreven voorbeelden ons wel iets voorstellen bij hetgeen met zo'n zin bedoeld wordt. We moeten ons daarbij - helaas - wel steeds realiseren, dat het al of niet stimulerend zijn van een vraag sterk bepaald wordt door de specifieke situatie, gewoontes en ervaringen van leraar en leerlingen.

Voorbeeld 1

Een leerkracht observeert hoe een groepje leerlingen aan het werken is met 'wie volgt' en merkt op dat de leerlingen wel erg in één bepaalde richting denken om een antwoord te vinden. Hij wil dat doorbreken en stelt een algemene (maar wel sturende vraag) om hen te stimuleren een andere manier te zoeken. Belangrijk hierin is dat de leraar de leerlingen over een moeilijkheid heen probeert te helpen door ze middels een vraag voldoende hulp te geven zonder precies aan te geven wat ze moeten doen.

Wie volgt (2)

Chaim heeft deze regel bedacht.

Eerst 4 erbij, dan 1 eraf, dan weer 4 erbij dan 1 eraf enzovoorts.

Hij is z'n rijtje met 9 begonnen.

Beginnen jullie ook met 9. Schrijf de rij een stukje op.

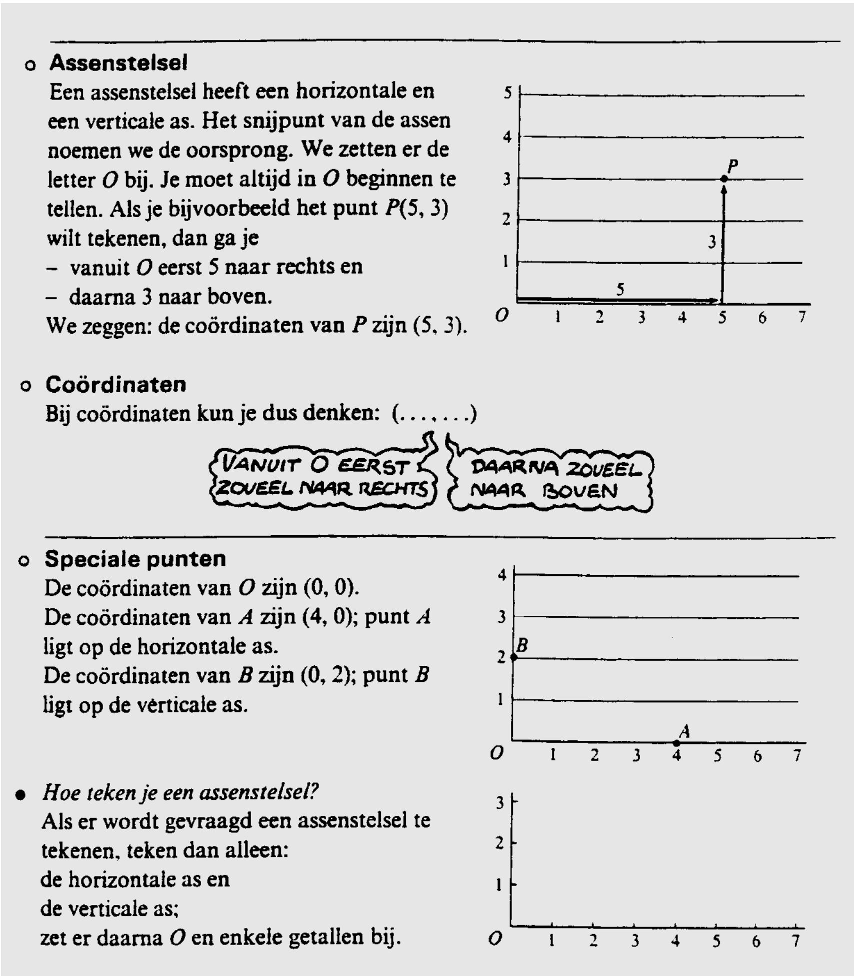
9.

Chaim heeft de rij héél ver doorgezet.
'*Volgens mij*', zegt hij, '*komt het getal 500 niet in de rij voor*'.

Zijn jullie het met Chaim eens?

Leerlingen mopperen:
Wat een rekenwerk!
Eddie:
Moet je dat echt allemaal opschrijven?
Leraar vraagt:
Is dat de enige manier denk je; dat je helemaal tot 500 doortelt?

Voorbeeld 2



o Assenstelsel
Een assenstelsel heeft een horizontale en een verticale as. Het snijpunt van de assen noemen we de oorsprong. We zetten er de letter *O* bij. Je moet altijd in *O* beginnen te tellen. Als je bijvoorbeeld het punt *P*(5, 3) wilt tekenen, dan ga je
– vanuit *O* eerst 5 naar rechts en
– daarna 3 naar boven.
We zeggen: de coördinaten van *P* zijn (5, 3).

o Coördinaten
Bij coördinaten kun je dus denken: (.......)

o Speciale punten
De coördinaten van *O* zijn (0, 0).
De coördinaten van *A* zijn (4, 0); punt *A* ligt op de horizontale as.
De coördinaten van *B* zijn (0, 2); punt *B* ligt op de verticale as.

● *Hoe teken je een assenstelsel?*
Als er wordt gevraagd een assenstelsel te tekenen, teken dan alleen:
de horizontale as en
de verticale as;
zet er daarna *O* en enkele getallen bij.

Een groepje leerlingen leest dit stukje tekst uit Moderne Wiskunde 1 lm.
Nadat de leerlingen gelezen hebben waar je aan kunt denken bij coördinaten, lezen zij wat de coördinaten van speciale punten zijn. Er is onenigheid over de vraag of je bij punt A niet gewoon 4 kunt zeggen. De te hulp geroepen leraar vraagt: 'Waarom zou je dat voldoende vinden?'
In soortgelijke situaties zijn ook reacties mogelijk in de zin van: 'Ben je dit al eerder tegengekomen?'; 'Hoe hebben jullie opgave 10 gedaan?'; 'Wie heeft er een idee?'; etc. etc.
Zoals in mijn voorgaande artikel al naar voren kwam is het belangrijk om duidelijk te zijn over het doel van het stellen van vragen. Als je aanmerkingen hebt op het leerlingenwerk of het leerlingengedrag dan is het beter om geen vraag te stellen maar een aanmerking te maken. Als je met een korte aanwijzing de leerlingen zelf verder kunt laten werken dan geef je die korte aanwijzing. Vragen moeten zoveel mogelijk voortkomen uit eigen verwondering en/of een poging om te weten te komen wat de gedachten van de leerlingen zijn.
Overigens is het in dat kader heel goed om de leerlingen te vragen welke vragen zij zichzelf en elkaar gesteld hebben. Met als extra motief dat vragen die het meest het denken stimuleren vragen zijn die je jezelf stelt.

Tot slot

Ieder van u - de lezers - heeft zeker wel eens nagedacht over het soort vragen dat u aan uw leerlingen stelt. Gaat het daarbij vooral om de controle of het testen van kennis, óf om het stimuleren van het denken?[4]

Een apart probleem dat het stellen van vragen gemeen heeft met elk taalgebruik is de mogelijke verwarring die het tot gevolg kan hebben[5]. Een verwarring die met name optreedt als wij als leraar in de klas of op het proefwerk anderssoortige vragen stellen dan in het boek voorkomen.
Maar zullen we daar een volgende keer op ingaan?

Literatuur

1 Wingerden, Piet van: Kunnen we door vragen leren? *Euclides 70-1,2 en 3*, 1994.
2 Lubinski, Chery Ann, Nancy Nesbitt Vance: The influence of Teachers' Beliefs and Knowledge. *Arithmatic Teacher*, April 1994.
3 Posthuma de Boer, M.W.: *Werken met heterogene groepen.* SVO, 's Gravenhage, 1986.
4 Skemp, R.: Relational understanding and instrumental understanding; *Mathematics Teaching*, 77, 20-26, 1976.
5 Weerman, Fred: Over talen- en wiskundeknobbels. *Euclides 69-6*, febr/mrt 1994.

Werkblad

Europese Kangoeroewedstrijd 1994

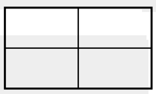
1 De kangoeroe-wedstrijd duurt anderhalf uur. Hoeveel minuten is dat?
A) 150 B) 80 C) 130 D) 90 E) 120

3 Het getal 1,25 is gelijk aan

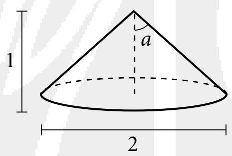
A) $\frac{125}{10}$ B) $\frac{9}{4}$ C) $\frac{100}{125}$ D) $\frac{12{,}5}{10}$ E) $\frac{0{,}25}{20}$

4 Uit de rivier de Rhône stroomt per seconde 2000 m^3 water de Middellandse Zee in. Hoeveel m^3 is dat gedurende de tijd dat jij met deze Kangoeroe-wedstrijd bezig bent?
A) 120000 B) 180000 C) 10800000
D) 18000000 E) ander antwoord

6 Hoeveel rechthoeken kun je herkennen in de figuur hieronder?
A) 4 B) 5 C) 6 D) 9 E) 16



7 Een puntmutsje heeft een hoogte van 1 dm. De rand van het mutsje is een cirkel met een diameter van 2 dm. Hoe groot is hoek a?
A) 15° B) 30° C) 45° D) 60°
E) ander antwoord



8 Iemand laat 50 lampen van ieder 100 Watt twaalf uur lang branden. De electriciteitsprijs is ƒ0,20 per Kilowattuur. Hoeveel kost het branden van de lampen in totaal?
A) ƒ24 B) ƒ2,40 C) ƒ1,20 D) ƒ12
E) ander antwoord

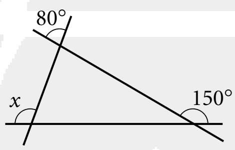
10 Welk ‘woord’ heeft twee symmetrie-assen?
A) OSO B) SOS C) COCO D) HIC E) OIO

11 Een groep dieren bestaat uit kamelen (twee bulten) en dromedarissen (één bult). Je telt 28 koppen en 45 bulten. Hoeveel dromedarissen zijn er?
A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14

12 China heeft ongeveer 1,2 miljard inwoners, dat is 120 inwoners per km^2. Hoeveel km^2 is de oppervlakte van China?
A) 10 000 B) 100 000 C) 1 000 000
D) 10 000 000 E) 100 000 000

16 Overdag (13 uren) verdubbelt het aantal bacteriën in een kolonie ieder uur, maar ’s nachts (11 uren) halveert het aantal zich ieder uur. Met welk getal is het aantal bacteriën vermenigvuldigd na een week (7 dagen)?
A) 16384 B) 28 C) 2401 D) 128 E) 65536

17 Zie de figuur hieronder. Hoe groot is hoek x?
A) 150° B) 130° C) 120° D) 110° E) 70°



18 Als je alle gehele getallen van 1 tot 1000 opschrijft, hoeveel keren schrijf je dan een 5 op?
A) 110 B) 331 C) 555 D) 100 E) 300

19 Een kangoeroe en een konijn houden een wedstrijd. De sprongen van de kangoeroe zijn 4 keer zo groot als die van het konijn, maar het konijn kan 10 sprongen maken in de tijd die de kangoeroe nodig heeft voor 3 sprongen. De kangoeroe krijgt een handicap: hij mag pas starten als het konijn 20 sprongen heeft gemaakt. Na hoeveel sprongen heeft de kangoeroe het konijn ingehaald?
A) 30 B) 20 C) 10 D) 50 E) 40

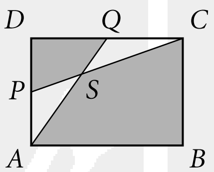
Werkblad

20 In Canada gebruikt men twee eenheden voor het meten van hoeveelheden graan: de 'gallon' en de 'bushel'. Een bushel is 8 gallon, een gallon is 4,5 liter. Een boer verkoopt 500 000 bushel graan. Hoeveel m^3 is dat?
A) 180 B) 3600 C) 18000 D) 18000000
E) ander antwoord

21 Bij een sportwedstrijd ben ik als 1994ste geëindigd. Na aankomst hoor ik dat 1 op de 7 lopers is gediskwalificeerd (de 7de, de 14de, de 21ste, enz). Hoeveelste ben ik nu in het officiële eindklassement?
A) 284 B) 285 C) 1709 D) 1710 E) 1711

23 Een driehoek is gelijkbenig. De bissectrices (= deellijnen) van de twee gelijke basishoeken maken een stompe hoek met elkaar die drie keer zo groot is als de tophoek van de driehoek. De grootte van de tophoek is
A) 36° B) 30° C) 40° D) 110° E) 120°

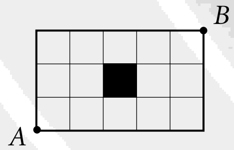
25 *ABCD* is een rechthoek. *P* is het midden van *AD* en *Q* is het midden van *CD*. Wat is de verhouding van de oppervlakten van *PSQD* en *ABCS*?
A) 1:4 B) 1:5 C) 1:2 D) 2:3 E) 3:4



26 Het aantal deelnemers aan een toernooi was dit jaar 32% groter dan vorig jaar. Vorig jaar was het percentage vrouwen 55%, dit jaar nog maar 50%. Vergeleken met vorig jaar is het aantal vrouwelijke deelnemers …
A) met 20% gestegen B) met 32% gestegen
C) gelijk gebleven D) met 11% gestegen
E) met 5% gedaald

27 Iemand schrijft de gehele getallen achter elkaar in een lange rij: 12345678910111213… Wat is het 1994ste cijfer dat hij opschrijft?
A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

29 Een mier moet over de roosterlijnen van *A* naar *B* lopen, langs een zo kort mogelijke weg. Hij mag de zijden van het zwarte vierkant daarbij niet gebruiken. Uit hoeveel verschillende wegen kan de mier kiezen?
A) 8 B) 14 C) 17 D) 20 E) 21



30 Kiene leerlingen zullen deze vraag òf overslaan òf goed beantwoorden. Wie een antwoord gokt is niet kien. Het is dus zeker dat:
A) Wie gokt heeft het antwoord fout.
B) Wie niet kien is gokt het antwoord.
C) Wie het goede antwoord heeft is kien.
D) Wie deze vraag overslaat is kien.
E) De beweringen A), B), C) en D) zijn allemaal onjuist.

Bovenstaande opgaven maakten deel uit van de Nederlandse Kangoeroewedstrijd 1994, die vorig jaar bij wijze van proef in Eindhoven en omgeving werd gehouden voor leerlingen van eerste en tweede klassen.
Meer informatie vindt u op bladzijde 164.

De 33e Nederlandse Wiskunde Olympiade

H.N. Schuring

De eerste ronde

De eerste ronde van de Nederlandse Wiskunde Olympiade 1994 is, na uitstel vanwege de vakantiespreiding, gespeeld op vrijdag 25 maart.
De deelnemers kregen 3 uur de tijd om te proberen een antwoord te vinden op 13 opgaven; 6 in categorie A, waarop 2 punten per opgave gescoord kon worden, 4 in categorie B, voor 3 punten per opgave en 3 in categorie C met 4 punten per opgave. De maximale score bedroeg dan ook 36 punten, wat één der deelnemers behaald heeft.

Het overzicht hiernaast van de eerste ronde 1994 is gebaseerd op de resultaten van 2250 deelnemers, die de wedstrijdleiders van 212 scholen naar ons opgestuurd hebben. De cesuur is gelegd bij score 22, wat zeggen wil dat deelnemers die 22 of meer punten behaalden, worden uitgenodigd voor de tweede ronde.

Van het Stedelijk Gymnasium te Leiden is de somscore van de beste vijf deelnemers 123. Dit resultaat is het hoogste van het land, zodat deze school de Shell-wisselprijs behaald heeft.

Van de 2250 deelnemers komen er 1111 uit 5 vwo, 101 uit 5 havo, 675 uit 4 vwo, 152 uit 4 havo en 211 uit een lagere klas.
Van de 87 deelnemers, die uitgenodigd worden voor de tweede ronde, komen er 60 uit 5 vwo, 1 uit 5 havo en 26 uit 4 vwo.

Op het resultatenformulier hebben we gevraagd aan te geven hoeveel leerlingen de verschillende opgaven goed gemaakt hebben. Dit is gedaan voor 2080 deelnemers, zodat we een goede indruk van de moeilijkheid van de diverse opgaven gekregen hebben.
Opgave B4 is slechts door 37 leerlingen goed gemaakt en opgave C3 door 51.
Dit waren de moeilijkste opgaven, terwijl de opgaven A2 en B2 het best gemaakt zijn; door respectievelijk 1295 en 1214 leerlingen goed beantwoord.

score	frequentie	cumulatieve frequentie
36	1	1
34	1	2
33	-	2
32	4	6
31	-	6
30	2	8
29	4	12
28	2	14
27	8	22
26	6	28
25	11	39
24	12	51
23	11	62
22	25	87
	cesuur	
21	25	112
20	25	137
19	29	166
18	51	217
17	42	259
16	62	321
15	83	404
14	84	488
13	111	599
12	79	678
11	168	846
10	72	918
9	170	1088
8	87	1175
7	182	1357
6	133	1490
5	136	1626
4	176	1802
3	84	1886
2	187	2073
1	1	2074
0	176	2250

Hieronder volgt het scoringsresultaat van alle opgaven:

opgave	A1	A2	A3	A4	A5	A6	B1	B2	B3	B4	C1	C2	C3
percentage	28	62	34	54	6	47	13	58	13	2	27	12	3

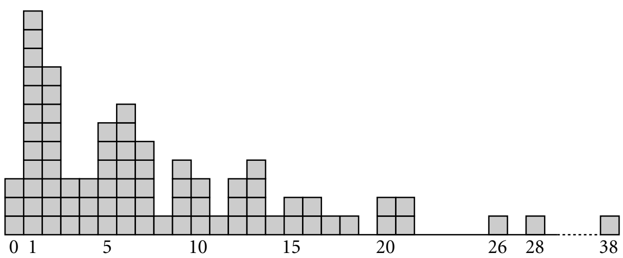
De tweede ronde

Op 16 september 1994 is in Eindhoven de tweede ronde van de Nederlandse Wiskunde Olympiade gehouden. Van de 87 uitgenodigde leerlingen hebben er 78 deelgenomen. Ze hadden drie uur de tijd om vijf opgaven op te lossen.
De maximale score per opgave was 10 punten.

Door bij gelijke eindscore rekening te houden met het behaalde puntenaantal in de eerste ronde, zijn de volgende elf deelnemers prijswinnaars van de Nederlandse Wiskunde Olympiade 1994:

Prijswinnaars *Nederlandse Wiskunde Olympiade 1994*	**punten 2e ronde**	**punten 1e ronde**
1 Erik Kieft, Kesteren	38	36
2 Jan Willem Knopper, Nijverdal	28	32
3 Ronald van Luyk, Voorschoten	26	32
4 Johan Bosman, Renkum	21	25
5 Eelse-Jan Stutvoet, Berkel en Rodenrijs	21	23
6 Jan Mathijs Schoffelen, Tilburg	20	29
7 Otto van Hemert, Bilthoven	20	22
8 Benjamin Vrolijk, Capelle a/d IJssel	18	32
9 Sjoerd Visscher, Heeten	17	27
10 Edgar den Boef, Eindhoven	16	22
10 Martijn Kluijtmans, Gemert	16	22

Het onderstaande staafdiagram geeft een overzicht van de scores van alle deelnemers aan de tweede ronde.

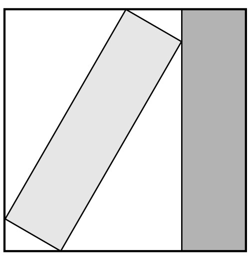


Tenslotte volgen de opgaven van de tweede ronde met uitwerkingen, verzorgd door de vraagstukkencommissie van de NOCW.

Nederlandse Wiskunde Olympiade

2e ronde, 16 september 1994

1 Een vierkant met ribbe 1 wordt in twee rechthoeken verdeeld, zodanig dat de kleinste van de twee rechthoeken met zijn hoekpunten op de zijden van de grootste rechthoek geplaatst kan worden, waarbij elk hoekpunt op precies één zijde ligt.
Bereken de lengte en de breedte van de kleinste rechthoek.

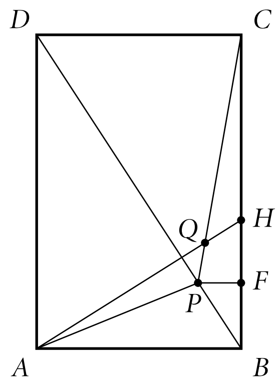


2 Gegeven is een rij getallen $a_0, a_1, a_2, \ldots$ waarvoor geldt:
$a_0 = 2$, $a_1 = 3$ en $\begin{cases} a_{n+1} = 2a_{n-1} \text{ of} \\ a_{n+1} = 3a_n - 2a_{n-1} \end{cases}$ voor alle $n \geq 1$.

Bewijs dat geen enkel getal tussen 1600 en 2000 in de rij voor komt.

3a Bewijs dat elk veelvoud van 6 te schrijven is als de som van vier derde machten van gehele getallen.
b Bewijs dat elk geheel getal te schrijven is als de som van vijf derde machten van gehele getallen.

4 In de rechthoek *ABCD* is *P* een willekeurig punt op diagonaal *BD*. Punt *F* is voetpunt van de loodlijn uit *P* op *BC*, punt *H* ligt op *BC* zó dat *BF* = *FH*. Het snijpunt van *AH* en *CP* noemen we *Q*.
Bewijs:
Opp(*APQ*) = Opp(*CHQ*).



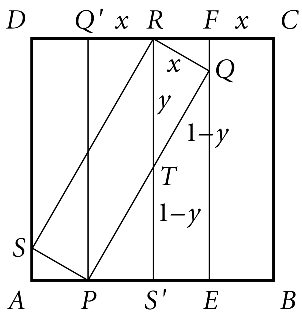
5 Van de reële getallen *a*, *b* en *c* is gegeven dat ze voldoen aan de ongelijkheid
$|ax^2 + bx + c| \leq 1$ voor alle $x \in [-1, +1]$.

Bewijs:
$|cx^2 + bx + a| \leq 2$ voor alle $x \in [-1, +1]$.

Nederlandse Wiskunde Olympiade

Oplossingen 2e ronde 1994

1 Zie de tekening.
De lijn *EF* geeft de gewenste verdeling; rechthoek *PQRS* is congruent aan *BCFE*. Rechthoek *PQ'RS'* is het spiegelbeeld van *PQRS* in de diagonaal *PR*; *Q'* ligt op *DF*, *S'* ligt op *AE*. Rechthoek *PS'RQ'* staat centraal in rechthoek *AEFD*.



Noem $FC = x$, dan is $RQ = RQ' = x$, $DF = 1 - x$ en $DQ' = RF = \frac{1}{2} - x$.
Noem verder $RT = y$, dan is $S'T = 1 - y$ en ook $QT = 1 - y$.

Omdat de driehoeken *FRQ* en *QTR* gelijkvormig zijn is

$\frac{RF}{RQ} = \frac{TQ}{TR}$ en dus $\frac{\frac{1}{2}-x}{x} = \frac{1-y}{y}$.

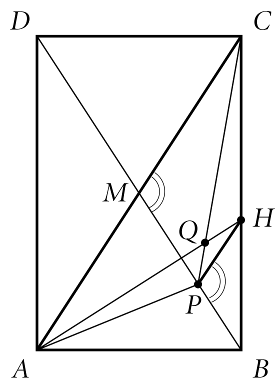
Hieruit volgt $y = 2x$. Maar dat betekent dat driehoek *QRT* een tekendriehoek is met $\angle QRT = 60°$. Dan is $\angle FRQ = 30°$ en $RF = \frac{1}{2}\sqrt{3} \cdot RQ$. Uit $\frac{1}{2} - x = \frac{1}{2}\sqrt{3} \cdot x$ volgt tenslotte $x = 2 - \sqrt{3}$.

2 De nevenstaande tabel is als volgt gemaakt:
Door alleen regel 1 ($a_{n+1} = 2a_{n-1}$) toe te passen krijgen we de eerste twee kolommen: 2, 4, 8, 16, … met 3, 6, 12, 24, … Die vormen samen een mogelijke rij: 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, …
Door eerst een keer regel 2 toe te passen krijg je $a_2 = 5$ als derde term; daarna alleen weer regel 1 levert een rij die bestaat uit de twee kolommen 3, 6, 12, 24, … en 5, 10, 20, 40, …
Door regel 2 eerst twee maal toe te passen krijg je als beginrij 2, 3, 5, 9. Als je daarna weer alleen regel 1 toepast krijg je een rij die verder bestaat uit de kolommen 5, 10, 20, 40, … en 9, 18, 36, 72, …
Op deze manier krijg je de getallen die in het schema staan. Voor twee opeenvolgende termen van de zo geconstrueerde rijen geldt dat ze altijd schuin onder elkaar staan.
Rest te bewijzen dat als we tussentijds ergens regel 2 toepassen er geen nieuwe getallen kunnen ontstaan. Dat zou wel eens kunnen gebeuren! We bewijzen dat dat niet mogelijk is.
Er zijn drie gevallen mogelijk die we eerst aan de hand van voorbeelden verduidelijken:
Geval 1: Neem bijv. $a_{10} = 136$ en $a_{11} = 144$, dan geldt $a_{12} = 3 \times 144 - 2 \times 136 = 160$ en dat is precies het getal dat weer schuin links onder 144 staat!
Geval 2: Neem bijv. $a_{10} = 136$ en $a_{11} = 264$,dan geldt $a_{12} = 3 \times 264 - 2 \times 136 = 520$ en dat is precies het getal dat weer schuin rechts onder 264 staat!
Geval 3: Neem bijv. $a_{11} = 96$ en $a_{12} = 128$, dan geldt $a_{13} = 3 \times 128 - 2 \times 96 = 192$ en dat is precies het getal dat nu schuin rechts onder 128 staat!
In elk van de gevallen vinden we dus weer twee opeenvolgende getallen die schuin onder elkaar staan.
Nu algemeen:
Eerst laten we zien dat elk getal in het schema de som van twee machten van 2 is. Bekijk alleen de rij 2, 3, 5, 9, 17, …
$a_0 = 1 + 1\ (=2^0+2^0)$, $a_1 = 2 + 1$, $a_2 = 4 + 1$, $a_3 = 8 + 1$ etc.. Algemeen: als $a_k = 2^k + 1$ en $a_{k-1} = 2^{k-1} + 1$ dan volgt uit regel 2 direct $a_{k+1} = 3 \times (2^k + 1) - 2 \times (2^{k-1} + 1) = 2 \times 2^k + 1 = 2^{k+1} + 1$.
Uit de opbouw van de tabel met regel 1 volgt direct dat $a_{2n} = 2^n + 2^n$ *of* $2^{n+1} + 2^{n-1}$ of $2^{n+2} + 2^{n-2}$ of … of $2^{2n} + 2^0$. Voor a_{2n+1} geldt een soortgelijk verhaal, dat begint alleen met $a_{2n+1} = 2^{n+1} + 2^n$.
Algemeen geval 1:
$3 \times (2^p + 2^q) - 2 \times (2^p + 2^{q-1}) = 2^p + 2^{q+1}$
voor $p > q > 0$
Algemeen geval 2:
$3 \times (2^p + 2^q) - 2 \times (2^{p-1} + 2^q) = 2^{p+1} + 2^q$
voor $p > q > 0$
Algemeen geval 3:
$3 \times (2^p + 2^p) - 2 \times (2^p + 2^{p-1}) = 2^{p+1} + 2^p$
voor $p > 0$
Conclusie: alleen de getallen in het schema kunnen voorkomen. Dus geen getallen tussen 1600 en 2000.

a0	2											
a1		3										
a2	4		5									
a3		6		9								
a4	8		10		17							
a5		12		18		33						
a6	16		20		34		65					
a7		24		36		66		129				
a8	32		40		68		130		257			
a9		48		72		132		258		513		
a10	64		80		136		260		514		1025	
a11		96		144		264		516		1026		2049
a12	128		160		272		520		1028		2050	
a13		192		288		528		1032		2052		
a14	256		320		544		1040		2080			
a15		384		576		1056		2064				
a16	512		640		1088		2080					
a17		768		1152		2112						
a18	1024		1280		2176							
a19		1536		2304								
a20	2048		2560									
a21		3072										

3a $(n + 1)^3 - n^3 = 3n^2 + 3n + 1$ en
$n^3 - (n - 1)^3 = 3n^2 - 3n + 1$
dus $6n = (n + 1)^3 - n^3 - n^3 + (n - 1)^3$
b Elk geheel getal is een 6-voud, een 6-voud ±1, een 6-voud ±2 of een 6-voud +3. Bij a) is al bewezen dat elk 6-voud te schrijven is als de som van vier derde machten. Door voor het 5e getal ±1 te kiezen is het bewijs rond voor 6-vouden ±1, door voor het 5e getal ±2 te kiezen is het bewijs rond voor 6-vouden ±8, dus voor 6-vouden ±2, en door voor het 5e getal 3 te kiezen is het bewijs rond voor 6-vouden +27, dus voor 6-vouden +3 (bij een 6-voud neem je natuurlijk 0 als vijfde getal).

4 Trek *AC* en *PH*. Het snijpunt van *AC* en *BD* noemen we *M*. De driehoeken *BPH* en *BMC* zijn allebei gelijkbenig, met dezelfde basishoek *B*. Dus $\angle BPH = \angle BMC$ en daaruit volgt dat *AC* evenwijdig is aan *PH*. Dit betekent dat Opp(*PHA*) = Opp(*PHC*).



Door van beide oppervlakten Opp(PHQ) af te trekken vind je: Opp(PQA) = Opp(HQC).

5 $x = 0$ levert: $|c| \leq 1$. (1)
$x = 1$ en $x = -1$ leveren:
$|a + b + c| \leq 1$ en $|a - b + c| \leq 1$.
Uit deze twee ongelijkheden volgt
$|a| \leq 1 - |b| + |c|$. (2)
(want uit $|a + c + b| \leq 1$ en $|a + c - b| \leq 1$ volgt $|a + c| + |b| \leq 1$ en er geldt $|a| - |c| \leq |a + c|$)
Bekijk nu $cx^2 + bx + a$ en onderscheid twee gevallen:

1 Er is geen extreem op (–1, 1). Er zijn dus randextremen in $x = 1$ en $x = -1$. Voor die extremen geldt: $|c + b + a| \leq 1$ en $|c - b + a| \leq 1$.
2 Er is *wel* een extreem op (–1, 1) en de waarde van dat extreem is absoluut genomen groter dan de waarden in $x = 1$ en $x = -1$ (anders duidelijk). Dat extreem ligt bij $x = \frac{-b}{2c}$ dus $\left|\frac{-b}{2c}\right| \leq 1$. (3)

De waarde van dat extreem is absoluut genomen:

$$\left|a - \frac{b^2}{4c}\right|.$$

Bij de volgende afschatting worden (3), (2) en (1) gebruikt:

$$\left|a - \frac{b^2}{4c}\right| \leq |a| + \left|\frac{b^2}{4c}\right| \leq$$

$$|a| + \left|\frac{b}{2}\right| \leq 1 - |b| + |c| +$$

$$\left|\frac{b}{2}\right| \leq 1 + |c| \leq 2.$$

40 jaar geleden

Het peil van het onderwijs op de middelbare school.
Er is een ontwikkeling in de didactiek van de meetkunde waar te nemen, die er toe leidt, dat de stof voor vele leerlingen steeds vervelender wordt. Deze stelling zal ik U nader toelichten.
Collega Streefkerk heeft zich bij zekere gelegenheid eens als volgt uitgelaten: Het peil van de leerlingen zakt voortdurend en de stof zakt mee. We hebben daar erg om gelachen, in de eerste plaats om de geestigheid van de voorstelling, maar toch ook, omdat wij toen meenden, dat hij er toch wel erg naast was. Vergelijkt men nl. de eindexamens H.B.S. van vroeger met die van nu, dan blijkt duidelijk, dat de wiskunde-examens heel wat zwaarder zijn geworden. Met het peil van de leerstof valt het dus schijnbaar nog al mee, maar aan de andere kant wil ik van Dr. Streefkerk best aannemen, dat het peil van de leerlingen belangrijk gedaald is: daar zijn trouwens genoeg oorzaken voor aan te wijzen. Wanneer daartegenover het peil van de eindexamens gestegen is, dan is dit m.i. mogelijk geworden doordat een geraffineerde didactiek (het woord geperfectionneerd gaat mij in dit verband niet goed af) ons in staat heeft gesteld bij deze zwakkere leerlingen betere schijnresultaten te bereiken. Laat ons eens nagaan, hoe wij dit klaar spelen.

De ontwikkeling van de didactiek.
De meest directe wijze om de leerlingen de stellingen der meetkunde te onderwijzen is de volgende: De leraar noemt de stelling, maakt de inhoud en de draagwijdte ervan duidelijk, bewijst de stelling op het bord en laat daarna het bewijs leren. Het hangt daarbij natuurlijk geheel van de persoon van de leraar af, in hoeverre bij het poneren van de stelling en het bewijs ervan de klas daarin een werkzaam aandeel heeft. De gunstige kant van deze werkwijze is, dat zij voor leerlingen, die wiskundig hebben leren denken, of althans wiskundig denken hebben leren waarderen, op zichzelf pakkend is. Het is ook mijn overtuiging, dat wij, hoe wij ook starten en welke middelen ter animering wij ook aanwenden, naar deze werkwijze zullen moeten streven.
Dit neemt niet weg, dat deze werkwijze voor het begin onoverkomelijke bezwaren heeft: beginnende leerlingen hebben meestal nog geen waardering voor de wiskundige werkwijze. Ook is het moeilijk te verwachten, dat leerlingen de werkwijze op de duur wel zullen waarderen, als ze maar genoeg aan deze gang van zaken hebben deelgenomen. Ze wennen eraan, daar is alles mee gezegd.

P.M. van Hiele in Euclides 30, 1954-1955.

INTERVIEW

'Je ontkomt er niet aan dat het wiskundiger wordt'

Martinus van Hoorn

Bram Moraal, 58 jaar, is sinds 20 jaar leraar aan de Nederlandse Defensieschool voor Voortgezet Onderwijs (tot voor kort Rijksschool) te Zeven in Duitsland. Daarvoor heeft hij 4 jaar les gegeven aan een ULO-school en 10 jaar aan een MTS, in Nederland.
In Zeven, tussen Bremen en Hamburg, wonen de meeste mensen die als militair of burger werkzaam zijn op de nabijgelegen Nederlandse legerplaats Seedorf.

Wil je iets over de school vertellen?
Er zijn ongeveer 100 leerlingen. Wij hebben een 4-jarige mavo-opleiding en ook een 4-jarige leao-opleiding, verder kunnen vwo- en havo-leerlingen hier tot en met de derde klas blijven. In het eerste leerjaar hebben we twee verschillende brugklassen, een vwo/havo/mavo-klas en een vbo/mavo-klas.
Andere leerlingen, zoals enerzijds gymnasium-leerlingen en anderzijds i-leerlingen kunnen wij soms nog wel iets bieden, omdat we toch kleine groepen hebben. Gymnasium-leerlingen moeten dan elders klassieke talen leren; vorig jaar kreeg iemand daar privé-les in.
Het Ministerie van Defensie subsidieert de school.

Zijn er jaarlijks veel verhuizingen? Hoe zit het met de aansluiting naar andere scholen?
Vroeger waren er meer verhuizingen dan nu, al neemt het de laatste tijd weer toe. De ouders proberen het vaak zo te regelen, dat hun kinderen zo weinig mogelijk van school hoeven wisselen. Als er moeilijkheden komen, liggen die vaak meer in het sociale vlak.
De aansluiting verloopt goed, wij volgen de leerlingen in Nederland met behulp van vragenlijsten die we naar hun scholen sturen. Ook zijn er leerlingen die naar een Duitse Berufsschule gaan, of naar het Duitse Gymnasium. Dat gaat meestal goed, ook taalproblemen komen weinig voor. De tweetaligheid van veel van onze leerlingen is een groot voordeel voor later.

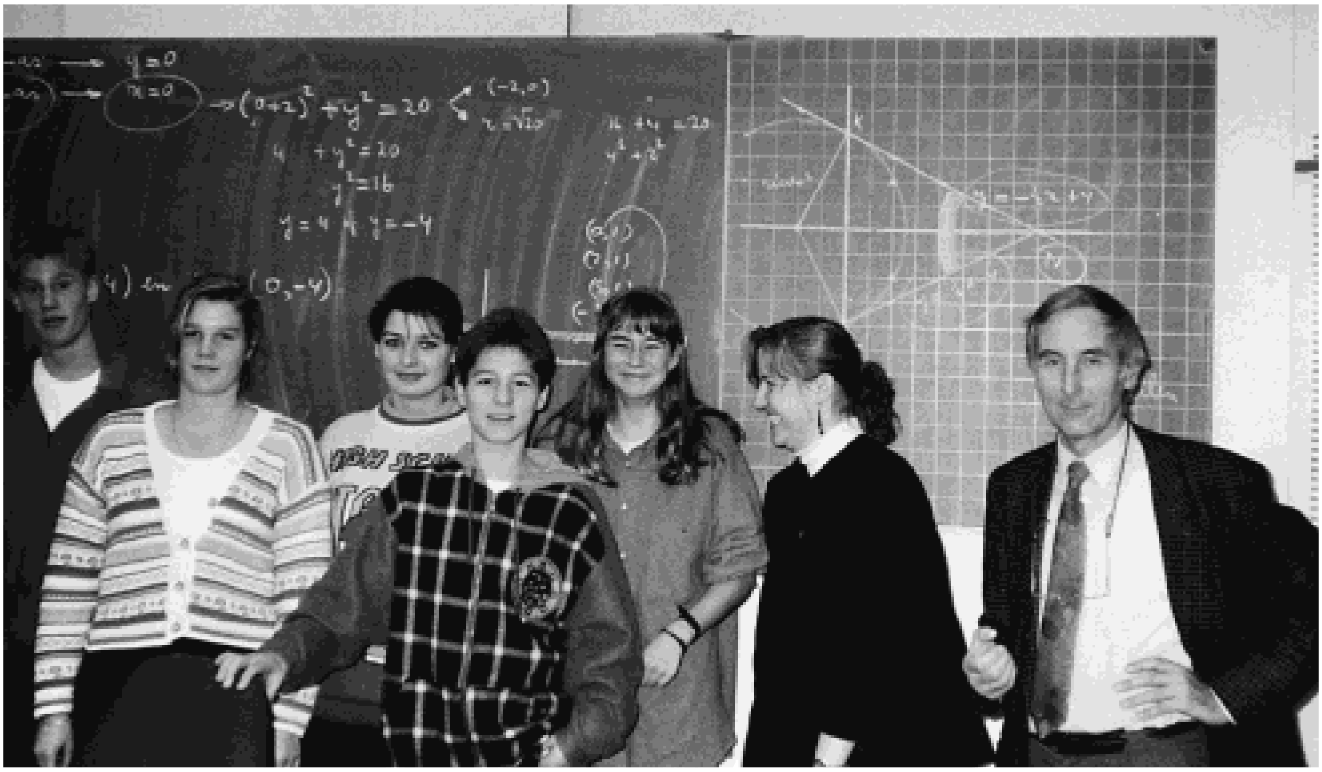
Ben je naar een methodekeuzeconferentie geweest? Bezoek je andere bijeenkomsten in Nederland?



Ik heb de methodeconferentie in Groningen bezocht. Daarvoor had ik al een 2-daagse en een 10-daagse cursus over het nieuwe programma gevolgd. Ook heb ik een gebruikersbijeenkomst van Moderne Wiskunde in Utrecht bezocht.

Ik kan niet zeggen dat er echt leerstof is verdwenen. In de tweede klas wordt het wiskundiger, daar ontkom je niet aan. De leerlingen zullen beslist met wortelvormen aan de gang moeten.
Ik ben wel benieuwd naar de aansluiting in het mbo (meao, mts); ik ben daar redelijk optimistisch over.

Verder kan ik verschil aanbrengen tussen de proefwerken, voor goede leerlingen kan er een vraag bij, en ik kan de proefwerken ook verschillend beoordelen.



Wij zeggen wel eens: van Nederland naar ons is het veel verder dan van ons naar Nederland. Wij zitten op 180 km van de grens, en dan is het goed te doen. Zulke bijeenkomsten zijn vooral ook belangrijk om de 'vereenzaming' tegen te gaan.

Wat voor klassen heb je dit jaar?
Ik heb nu alle tweede, derde en vierde klassen.

Wat vind je van het nieuwe programma?
Het is in meerdere opzichten een verbetering. Het sluit beter aan bij de basisschool, het werkt prettiger, en het is in de eerste klas ook wat gemakkelijker. Met de opzet ben ik tevreden.

Is er geen leerstof verdwenen?

Doe je alles uit het boek en het werkblok?
Ja, het meeste wel. Nu, in de tweede klas zorg ik ervoor dat ik op tijd door de stof ben; dan wil ik daarna opgaven doen die ik eerst heb overgeslagen; ik doel hier op opgaven die aan het eind van de hoofdstukken staan. Het werkblok veraangenaamt het leven van de leerlingen, ook als ze niet goed kunnen tekenen krijgen ze een ***Erfolgserlebnis****.*

Hoe gaat het werken in heterogene groepen?
Tja, wat is heterogeen? Is vbo/mavo heterogeen?
In de derde klas zijn er natuurlijk duidelijke verschillen tussen de leerlingen. Omdat de groepen klein zijn, kan ik ze individueel laten werken.

Ook in de derde klas lopen de boeken gelukkig parallel.

Hoe zijn de vooruitzichten voor de school?
Goed. Het hangt van de politiek af, maar de legerplaats Seedorf is nog lang niet verdwenen.

Recreatie

Oplossing 657

Ter gelegenheid van de zeventigste jaargang waren er vier Engelse alphametics gegeven. In verkorte notatie:
4(1) + (10) + (11) + 3(15) = (70).
De getallen tussen haakjes moet u in het Engels vertalen. U ziet dat de optelling numeriek klopt. Nu worden de letters door cijfers vervangen zodat de optelling dan weer klopt.
De unieke oplossing is als volgt:
4(901) + (510) + (181610) + 3(2325110) = (7161054).
Op deze manier waren er nog drie andere gegeven.
Elk heeft de unieke oplossing, die er steeds onder staat.
3(1) + (6) + (7) + 2(9) + (16) + (20) = (70)
3(395) + (207) + (25859) + 2(9095) + (2074559) + (465941) = (2585941)
(5) + (9) + (16) + 2(20) = (70)
(9085) + (3035) + (1042553) + 2(265327) = (1585327)
(7) + 3(11) + (30) = (70)
(12925) + 3(272925) + (460843) = (1292543)

Jan Verbakel (45), Heythuysen heeft een zeer origineel idee waardoor er nog veel meer alphametics bedacht kunnen worden:
2(1/2) + 2(7) + 5(11) = (70)
2(7640) + 2(12529) + 5(242529) = (1252983)

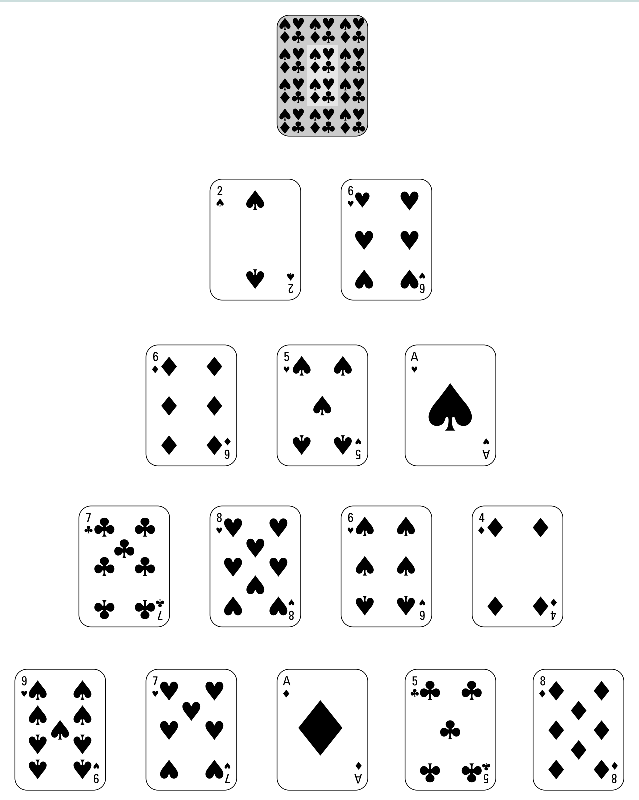
Ook zijn er vele, vele NEDERLANDSE versies bedacht: alle 10 cijfers gebruiken en een unieke oplossing.
Wobien Bronstring-Doyer (34), Leiden heeft, net als Jan, een zeer origineel idee op het gebied van alphametics:
2(0) + (2) + 4(7) + 2(20) = (70)
2(946) + (5300) + 4(10809) + 2(5379572) = (10809572)
In totaal zond Wobien me 74 (!) verschillende Nederlandse optellingen met als som ZEVENTIG.
Een selectie van de mooiste opgaven:
(1) + (9) + (14) + (16) + (30) = (70)
(775) + (57675) + (87741275) + (9701275) + (374126) = (97875126)
(3) + (9) + 3(14) + (16) = (70)
(7465) + (95059) + 3(25541659) + (8531659) = (85259160)
(3) + (4) + (6) + 2(7) + (13) + (14) + (16) = (70)
(4321) + (5213) + (610) + 2(61517) + (4138217) + (51138217) + (6108217) = (61517829) *Ongelooflijk !*
Ook *Ad Boons* (51), Tilburg zond een fraaie lijst van opgaven in, die ook in de brief van Wobien stonden. Hij waardeerde de volgende opgave als fraaiste:
(1) + (2) + 2(3) + (4) + (10) + (13) + (14) + (20) = (70)
(331) + (4033) + 2(6753) + (8537) + (4531) + (6374531) + (83374531) + (4051452) = (93831452)

Met 52 punten is deze maand de winnares
Wil Huijben-vd Berg, Wezeboom 2, 3755 WT Eemnes
Heel hartelijk gefeliciteerd met de boekenbon.

Opgave 660

Recreatie

Op verzoek van *drs. M.S.R. Nihom* (14), Den Haag een opgave uit de puzzelrubriek van Martin Gardner. In de rubriek van december 1966 presenteerde Martin in Scientific American een goocheltruc. Met een aanvulling staat deze truc ook in het boek 'Mathematical Carnival' (1975, Alfred A. Knopf, New York).
Deze goocheltruc gaat als volgt: verwijder uit een spel kaarten de boer, de vrouw, de koning en de 10. We houden nu 36 kaarten over. De toeschouwer legt 5 kaarten op een rij open voor zich. De goochelaar legt onmiddellijk een kaart uit het spel een eindje boven deze rij met de achterkant boven. De toeschouwer gaat kaarten neerleggen onder de volgende voorwaarde: boven twee kaarten komt een kaart te liggen ter waarde som modulo 9. Dus boven een 9 en een 7 komt een 7 te liggen. Boven een 7 en een aas komt de 8. Zie de figuur. Na de vierde rij draait de goochelaar zijn neergelegde kaart om en laat dan zien dat zijn voorspelling juist was. Bij de oplossing zal ik het geheim verklappen.

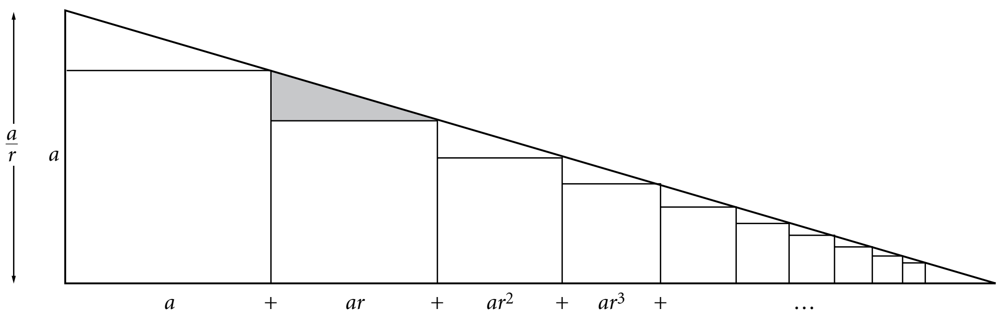


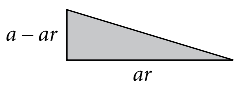
In het boek presenteert Martin ons een (toen nog) open probleem. Als we beginnen met een rij van ACHT kaarten, is het dan mogelijk om al onze kaarten neer te leggen? We mogen geen tweede spel gebruiken! Martin eindigt met '*is there more than one solution?*'
Een willekeurige oplossing binnen een maand ingezonden levert 1 punt op voor de puzzelladder. Met een maximum van 5 punten. Die 5 punten kunt u direct verdienen als u een oplossing inzendt waarbij op de eerste rij 8 VERSCHILLENDE kaarten liggen.

Nieuwe opgaven met oplossingen en correspondentie over deze rubriek aan
Jan de Geus
Valkenboslaan 262-A, 2563 EB Den Haag

Bewijs zonder woorden (4)

$$\sum_{n=0}^{\infty} ar^n = \frac{a}{1-r}$$





$$\frac{a-ar}{ar} = \frac{\frac{a}{r}}{a + ar + ar^2 + ar^3 + \ldots}$$

$$a + ar + ar^2 + ar^3 + \ldots = \frac{ar}{a-ar} \cdot \frac{a}{r}$$

$$= \frac{a}{1-r}$$

Verzameld door Rob Bosch

Nederlandse
Vereniging van
Wiskundeleraren

In het jaar 2000 bestaat onze vereniging 75 jaar We willen dit grootscheeps vieren.

In het jaar 2000 bestaat onze vereniging 75 jaar
We willen dit grootscheeps vieren. Heeft u hiervoor ideeën? Laat ons die dan weten!

Eén idee is alvast: in het jaar 2000 willen we op 4000 leden staan, om in ronde getallen te spreken.

U kunt daarbij helpen door deze bladzijde te kopiëren en aan een collega, die nog geen lid is van onze vereniging, ter hand te stellen.

Het bestuur is u hier dankbaar voor.

Eigenlijk …

… zou er een vereniging moeten zijn die:

- opkomt voor de belangen van wiskundeleraren
- waakt over de kwaliteit van het wiskundeonderwijs
- examenbesprekingen organiseert
- leraren op de hoogte brengt van nieuwe ontwikkelingen op hun vakgebied
- bijeenkomsten organiseert waar leraren hun mening kunnen geven over wijzigingen van programma's
- er voor zorgt dat onduidelijke examenprogramma's uitgebreid worden toegelicht
- er voor zorgt dat de mening van de mensen voor de klas wordt doorgegeven aan ontwikkelaars, inspectie en ministerie

Maar …

… die vereniging is er al!
De Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren.
Deze vereniging doet deze zaken al jaren. Zelfs in toenemende mate!

Bovendien

- organiseert ze jaarlijks een studiedag, waarbij de wiskunde en de didactiek ervan in lezingen en werkgroepen aandacht krijgen
- ondersteunt ze de didactiekcommissie die series artikelen verzorgt over diverse onderwerpen
- ondersteunt ze de actieve werkgroep 'Vrouwen en Wiskunde'
- is ze direct betrokken bij het samenstellen van vraagstukkenbundels voor nieuwe programma's

En …

… ontvangt elk lid het blad Euclides, het vakblad voor de wiskundeleraar. Een blad dat in veel opzichten in wiskundig Nederland een belangrijke rol speelt.

Hierin vindt u:
- aankondigingen van bijeenkomsten van de vereniging
- actuele artikelen over de (school)wiskunde
- visies op het gebied van de didactiek
- ervaringen uit de klas van collega's
- werkbladen voor in de klas
- leuke (en lastige!) wiskundige puzzelopgaven om even voor te gaan zitten
- besprekingen van nieuwe binnen- en buitenlandse vakliteratuur

Eigenlijk …

… is het voor u helemaal niet moeilijk om de stijgende lijn van het ledenaantal voort te zetten: pak de telefoon en probeer het! Want u hoort erbij. Dan zijn alle bijeenkomsten voor u gratis en kunt u profiteren van de aanbiedingen die de vereniging voor haar leden weet te 'versieren' (zo nu en dan lukt ons wel eens iets).

Belt u even 076 - 653218!